BREVET BLANC n°1, correction

Epreuve de Mathématiques

Série générale

Janvier 2024

Durée de l'épreuve : 2 heures

Ce sujet comporte 7 pages

L'utilisation de la calculatrice est **autorisée**.
L'usage du dictionnaire n'est pas autorisé.

Compétences		Très bonne maîtrise	Maîtrise satisfaisante	Maîtrise fragile	Maîtrise insuffisante	Non abordé
Chercher	*Ex 3, 4, 6*					
Modéliser	*Ex 4, 5*					
Représenter	*Ex 1, 3, 4, 5*					
Raisonner	*Ex 2, 6*					
Calculer	*Ex 2, 3, 4, 5*					
Communiquer	*Ex 2, 5, 6*					

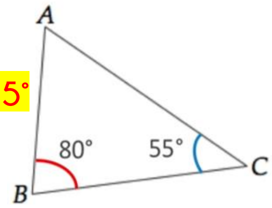
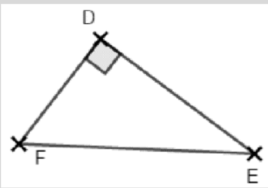
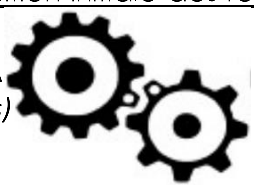
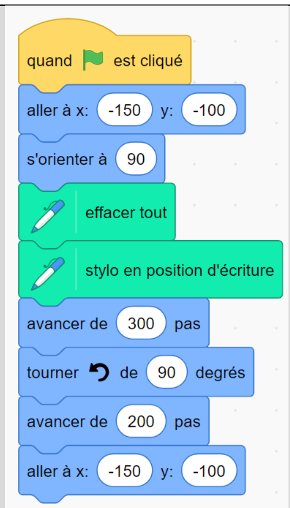
Indications portant sur l'ensemble du sujet :
Toutes les réponses doivent être **justifiées**, sauf si une indication contraire est donnée.
Pour chaque question, si le travail n'est pas terminé, *laisser tout de même une trace de la recherche* ; elle sera prise en compte dans la notation.

Repère de l'épreuve : DNB1GENMAT0124

Exercice 1 : QCM (12 points)

Compétence travaillée : *Représenter*

Pour chaque ligne du tableau ci-dessous, trois réponses sont proposées, mais <u>une seule est exacte</u>. Trouve la réponse correcte ***<u>et écrit sur votre copie le numéro de la question et la lettre A, B ou C correspondant à la réponse choisie</u>***. *Les détails des calculs ne sont pas demandés sur la copie.*

N°	Question	Réponse A	Réponse B	Réponse C
Q1	Quelle est la mesure du dernier angle de ce triangle ? 180° - 80° - 55° = 45° 	~~35°~~	~~60°~~	45°
Q2	Retrouver la bonne écriture scientifique pour **0,003 51**	$\cancel{3{,}51 \times 10^{-5}}$	$3{,}51 \times 10^{-3}$	$\cancel{3{,}51 \times 10^{3}}$
Q3	Quelle puissance de 10 correspond à **1 Giga** ?	$\cancel{10^{6}}$	$\cancel{10^{-6}}$	10^{9}
Q4	Quelle est l'égalité de Pythagore qui correspond à ce triangle rectangle ? 	$\cancel{ED^2 = FD^2 + DE^2}$	$FE^2 = DF^2 + ED^2$	$\cancel{FE^2 = EF^2 + DE^2}$
Q5	<u>Position initiale des roues</u> **Roue A** *(12 dents)*  **Roue B** *(8 dents)* Combien de tours faudra-t-il à ces roues A et B pour que cet engrenage revienne à la position initiale. ?	<u>Roue A :</u> 2 tours <u>Roue B :</u> 3 tours	~~Roue A : 3 tours~~ ~~Roue B : 2 tours~~	~~Roue A : 6 tours~~ ~~Roue B : 4 tours~~
Q6	 Quelle construction ce programme va-t-il permettre de tracer ?	Triangle rectangle	~~Carré~~	~~Triangle quelconque~~

Exercice 2 : Affirmations (12 points)

Compétences travaillées : *Calculer, Communiquer, Raisonner*

Lors d'un cours de mathématiques un professeur a noté des réponses d'élèves.

Vérifier si les affirmations des élèves sont vraies ou fausses **en justifiant** avec des calculs et des explications.

AFFIRMATION 1

On considère le programme Scratch ci-contre :

Un élève affirme que lorsque le nombre donné est -2, le résultat est -13 . A-t-il raison ?

La réponse doit être justifiée.

Etape 1 : -2

Etape 2 : a = -2

Etape 3 : b = a x 4 = -2 x 4 = - 8

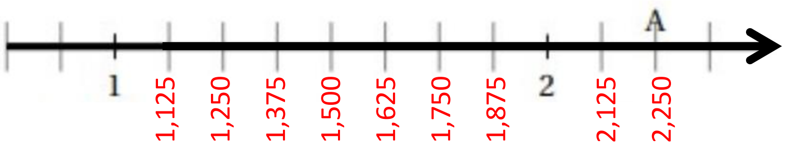
Etape 4 : c = b + 5 = -8 + 5 = -3

Lorsque le nombre donné est -2 le résultat est -3.

L'élève **n'a pas raison**.

AFFIRMATION 2

On considère ci-dessous le point A sur une droite graduée.



Un élève affirme que l'abscisse du point A est de 2,20. A-t-il raison ? *La réponse doit être justifiée.*

L'abscisse du point A est 2,250 ou $\frac{18}{8} = \frac{9}{4}$. L'élève a tort.

AFFIRMATION 3

Deux élèves comparent leurs résultats à une question, ils obtiennent les deux résultats suivants.

$$A = \frac{1}{6} - \frac{4}{5} \qquad B = \frac{1}{2} + \frac{6}{5} \times \frac{2}{3}$$

L'un des deux, affirme que l'expression A et égale à l'expression B. A-t-il raison ? *La réponse doit être justifiée.*

$$A = \frac{1}{6} - \frac{4}{5} = \frac{1\times5}{6\times5} - \frac{4\times6}{5\times6} = \frac{5}{30} - \frac{24}{30} = -\frac{19}{30}$$

$$B = \frac{1}{2} + \frac{6}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{2} + \frac{12}{15} = \frac{1\times15}{2\times15} + \frac{12\times2}{15\times2} = \frac{15}{30} + \frac{24}{30} = \frac{39}{30} = \frac{13}{10}$$

L'élève a tort, les deux expressions **ne sont pas égales.**

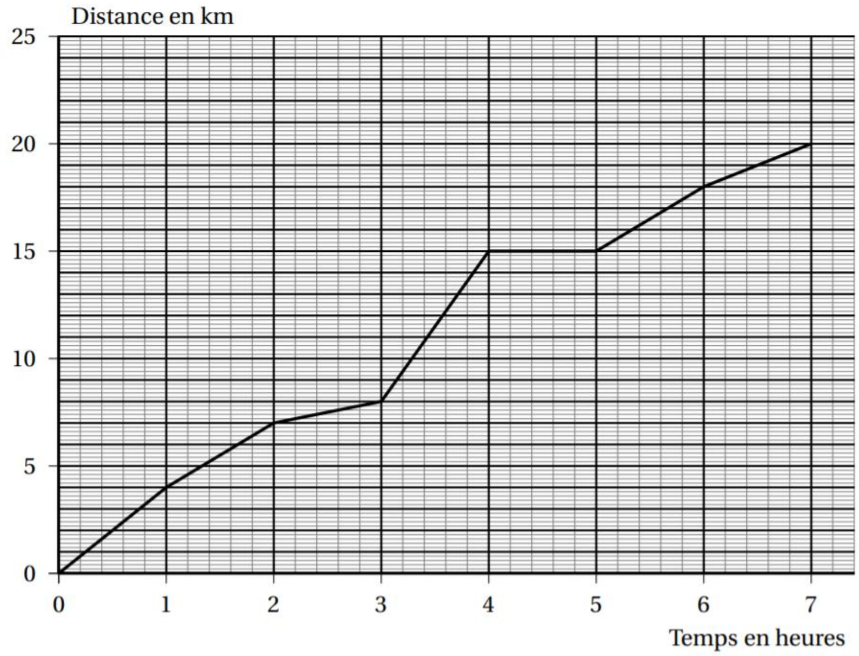
Exercice 3 : Lecture graphique et arithmétique (20 points)

Compétences travaillées : *Calculer, Chercher, Représenter*

Dans cet exercice, les deux parties sont indépendantes.

PARTIE A

Un groupe d'adultes a effectué une randonnée en montagne. Le graphique ci-dessous donne la distance parcourue en kilomètres en fonction du temps exprimé en heures.



1. Ce graphique traduit-il une situation de proportionnalité ? *Justifier la réponse*

   Ce graphique **ne représente pas une situation de proportionnalité** car il ne s'agit pas d'une droite, même si elle passe par l'origine du repère.

2. On utilisera le graphique pour répondre aux questions suivantes. *Aucune justification n'est demandée.*

   a. Quelle est la durée totale de cette randonnée ? **7h**

   b. Quelle distance ce groupe de randonneur a-t-il parcouru au total ? **20 km**

   c. Quelle est la distance parcourue au bout de 6 h de marche ? **18 km**

   d. Au bout de combien de temps ont-ils parcouru les 8 premiers kilomètres ? **3h**

   e. Que s'est-il passé entre la 4ème et la 5ème heure de randonnée ? **Aucun kilomètre n'a été parcouru, peut-être s'agit-il d'une pause.**

3. Un randonneur expérimenté marche à une vitesse moyenne de 4 km/h sur toute la randonnée. Ce groupe est-il expérimenté ? *Justifier la réponse.*

   $Vitesse = \frac{distance}{temps} = \frac{20\ km}{7\ h} \approx 2{,}9\ km/h$ 4km/h > 2,9 km/h

   La vitesse moyenne de ce groupe est d'environ 2,9 km/h, on ne peut pas dire que ce groupe est expérimentée.

PARTIE B

Le guide de montagne doit créer des groupes mixtes et identiques. Voici le tableau donnant la répartition des randonneurs selon leur sexe :

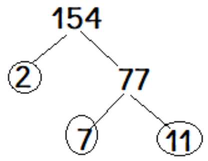
Randonneurs	Hommes	Femmes
Nombre de randonneurs	154	105

a. **Décomposer** en produit de **facteurs premiers** les nombres **154** et **105**.

154

154	2
77	7
11	11
1	

ou

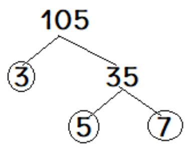


donc: 154 = 2 x 7x11

105

105	3
35	5
7	7
1	

ou



donc: 105 = 3x5x7

b. Quel est le plus grand diviseur commun entre 154 et 105 ?

La question précédente montre que 7 est le plus grand des diviseurs communs de 154 et 105

c. En **déduire** le **nombre maximum** de groupes qu'il peut former afin que chaque groupe ait exactement le même nombre de femmes et d'hommes (*c'est-à-dire que le nombre de femmes est le même dans chaque groupe et le nombre d'hommes est le même dans chaque groupe*) ?

Le nombre maximum de groupe est 7. Donner pour chaque sexe, le nombre de personnes qu'il y aurait alors dans un groupe.

On a : 154÷7 = 22 105÷7 = 15.

Chaque groupe va donc contenir 22 hommes et 15 femmes .

d. Quel est le pourcentage de femmes dans chaque groupe ?

Le nombre total dans chaque groupe est : 15 + 22 = 37

$$\frac{15}{37} \times 100 \approx 41$$

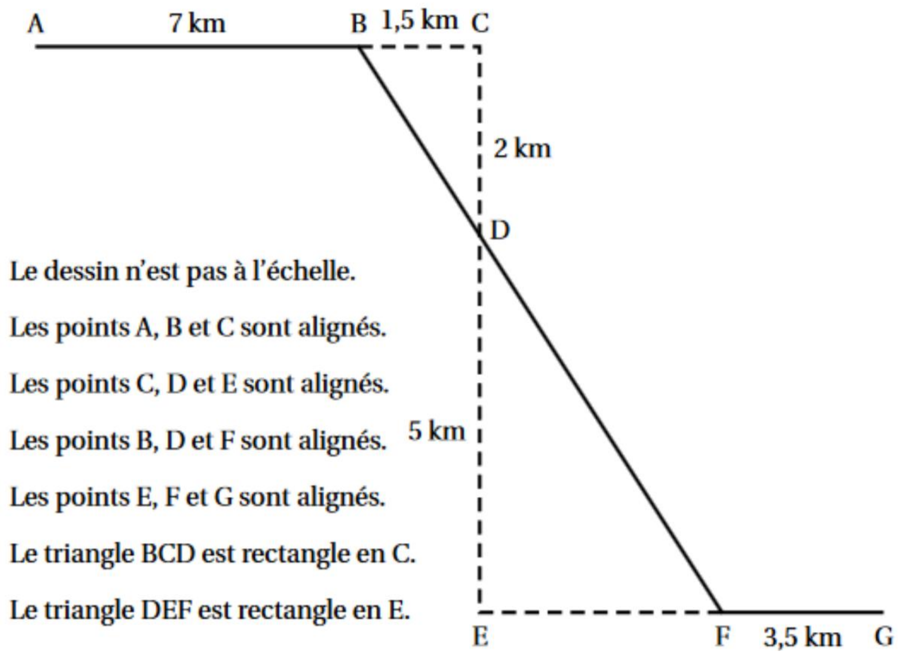
donc : le pourcentage de femme dans chaque groupe est environ 41%

Exercice 4 : Pythagore et Thalès (20 points)

Compétence travaillée : *Calculer, Chercher, Modéliser, Représenter*

Yanis participe à un rallye VTT sur un parcours balisé à la Butte Verte. Le trajet est représenté en traits pleins.

Le départ du rallye est en A et l'arrivée est en G.



1. Montrer que la longueur BD est égale à 2,5 km.

Le triangle BCD est rectangle en C.
Le théorème de Pythagore permet d'écrire :

$BD^2 = BC^2 + CD^2$
$BD^2 = 1,5^2 + 2^2$
$BD^2 = 2,25 + 4$
$BD^2 = 6,25$
$BD = \sqrt{6,25}$
$BD = 2,5$

Donc la longueur BD est bien égale à 2, 5 km.

2. Justifier que les droites (BC) et (EF) sont parallèles.

Les points C, D et E sont alignés et le triangle BCD est rectangle en C.

On peut donc en déduire que la droite (BC) est perpendiculaire à la droite (CE).
Le triangle DEF est rectangle en E donc la droite (EF) est perpendiculaire à la droite (CE).

Conclusion : Les droites (BC) et (EF) étant perpendiculaires à la même droite (CE), elles sont donc parallèles.

3. Calculer la longueur DE.

Les points C, D et E sont alignés dans cet ordre.

Les points B, D et F sont alignés dans cet ordre.

(BC) et (EF) sont parallèles (question 2)

On peut donc appliquer le théorème de Thalès :

$$\frac{DF}{DB} = \frac{DE}{DC} = \frac{EF}{BC}$$

$$\frac{DF}{2,5} = \frac{5}{2} = \frac{EF}{1,5}$$

A l'aide du produit en croix, on obtient : DF = 2, 5 × 5 : 2 = 6, 25km.

DF = 6,25 km

4. Calculer la longueur totale du parcours.

La longueur totale du parcours est égale à 19,25 km.

En effet, AB + BD + DF + FG = 7 + 2, 5 + 6, 25 + 3, 5 = 19, 25 km.

Exercice 5 : Statistiques (24 points)

Compétence travaillée : *Calculer, Représenter, Modéliser, Communiquer*

Dans cet exercice, les deux parties sont indépendantes.

PARTIE A

Dans une classe de section basket, on a mesuré, les tailles en centimètres des élèves :

165 ; 175 ; 187 ; 165 ; 170

181 ; 174 ; 184 ; 171 ; 166

178 ; 177 ; 176 ; 174 ; 176

1. Calculer la taille moyenne de ces basketteurs.

$$\frac{165+175+187+165+170+181+174+184+171+166+178+177+176+174+176}{15} \approx 174{,}6$$

La taille moyenne de ces basketteurs est d'environ 174,6 cm

2. Quelle est la taille médiane de ces sportifs ? *La réponse doit être justifiée.*

Pour déterminer la médiane, il est nécessaire d'ordonner les 15 valeurs de cette série statistique :

165 - 165 - 166 - 170 - 174 - 171 - 174 - 175 - 176 - 176 - 177 - 178 - 181 - 184 - 187

$15 = 2 \times 7 + 1$ donc la médiane sera la 8ème valeur.

La taille médiane de cet échantillon de joueurs est de 175 cm, il y a autant de basketteurs de moins de 175 cm que de basketteurs de plus de 175 cm.

3. Donner l'étendue de cette série statistique.

Étendue = 187-165 = 22 cm

L'étendue de cette série est de 22 cm.

4. Déterminer la fréquence en pourcentage de basketteurs mesurant au moins 174 cm.

10 basketteurs ont une taille au moins égale à 174 cm

Fréquence = $\frac{10}{15}$ x 100 ≈ 66,7%

Environ 66,7% des basketteurs ont une taille au moins égale à 174 cm.

PARTIE B

Les élèves de la section basket passent leur brevet des collèges cette année, lors d'une séance de révisions, trois élèves A, B et C essaient de réviser les programmes de calculs et le calcul littéral.

On donne les deux programmes de calculs suivants :

Programme A	Programme B
• Choisir un nombre • Soustraire 5 à ce nombre • Multiplier le résultat par le nombre de départ	• Choisir un nombre • Mettre ce nombre au carré • Soustraire 4 au résultat

1. L'élève A choisit le nombre 4 et applique le programme A.
   Montrer que cet élève obtiendra -4.

L'élève A obtient : $4 \rightarrow -1 \rightarrow -4$.

2. L'élève B choisit le nombre -3 et applique le programme B.
   Quel résultat va-t-il obtenir ?

L'élève B obtient $-3 \rightarrow 9 \rightarrow 5$.

L'élève C souhaite trouver un nombre pour lequel les deux programmes de calculs donneront le même résultat.
Il choisit x comme nombre de départ pour les deux programmes.

3. Montrer que le résultat du programme A peut s'écrire $x^2 - 5x$.

On a successivement avec le programme A : $x \rightarrow x-5 \rightarrow x(x-5) \rightarrow x^2-5x$.

4. Exprimer en fonction de x le résultat obtenu avec le programme B.

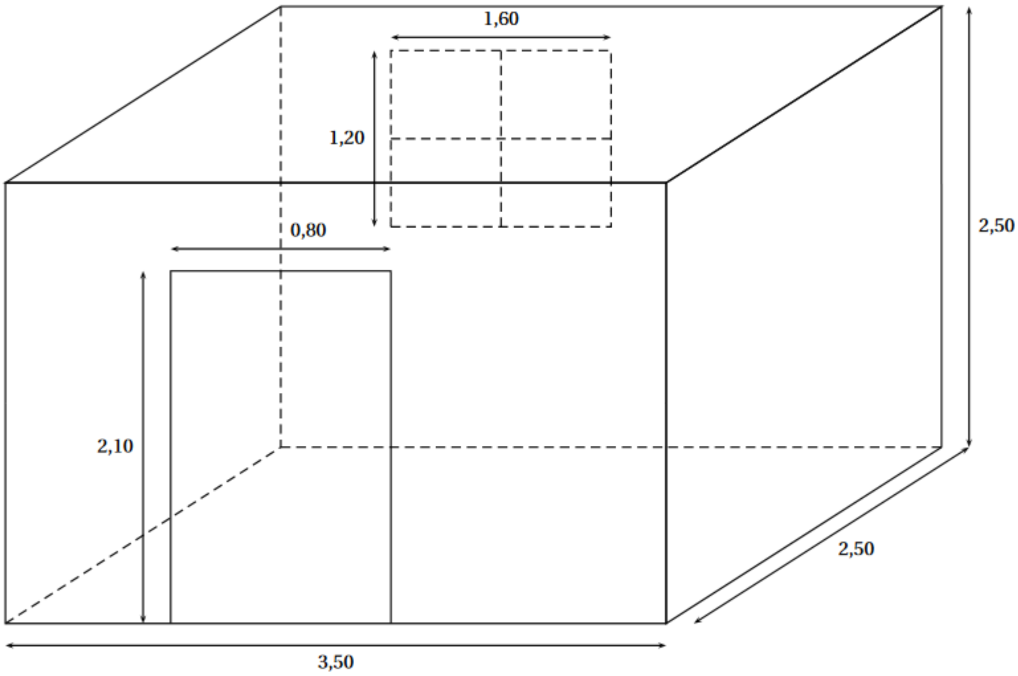
On a successivement avec le programme B : $x \rightarrow x^2 \rightarrow x^2-4$.

Exercice 6 : Problème à prise d'initiative (12 points)

Compétence travaillée : *Chercher, Communiquer, Raisonner*

Un club de sport souhaite rénover un vestiaire qui a la forme d'un parallélépipède rectangle. Il faut coller du papier peint sur les quatre murs. On n'en colle pas sur les portes, ni sur la fenêtre.

Voici un schéma du vestiaire, les dimensions sont exprimées en mètre :



On dispose des informations suivantes :

Prix du papier peint	**Prix de la colle**
— le papier peint est vendu en rouleau entier; — un rouleau coûte 16,95 €; — un rouleau permet de recouvrir 5,3 m^2.	— la colle est vendu en pot entier; — un pot a une masse de 0,2 kg; — un pot coûte 5,70 €.
Conseil du vendeur :	***Conseil du vendeur :***
Prévoir un rouleau de papier en plus afin de compenser les pertes liées aux découpes.	**Compter un pot de colle pour quatre rouleaux de papier peint.**

1. Montrer que la surface à recouvrir de papier peint est de 26,4 m².

   Aire de la surface à recouvrir de papier peint :

   $2\times3,5\times2,5+2\times2,5\times2,5-2,1\times0,8-1,6\times1,2=30-1,68-1,92=$ **26,4 m².** Calculer le prix en euro d'un mètre carré de papier peint. Arrondir au centime d'euro.

   16,95 € pour 5,3 m² donne un prix au m² de $\frac{16,95}{5,3}\approx$ **3,198** soit 3,20 € au centime près.

2. Si on suit les conseils du vendeur, combien coûtera la rénovation du vestiaire ?

   Il faut en principe $\frac{26,4}{5,3} \approx \mathbf{4,98}$ soit 5 rouleaux à l'unité près et avec 1 rouleau de plus pour les pertes, il faudra donc acheter 6 rouleaux.

   Prix du papier peint : 6×16,95 = 101,70 (€).

   Prix de la colle : 2×5,70 = 11,40 (€)

   Pour un total de : 101,70+11,40 = **113,10 (€).**

3. Le jour de l'achat, une remise de 8 % est accordée.

   Quel est le prix à payer après remise ? Arrondir au centime d'euro.

   Enlever 8 % revient à multiplier par $\mathbf{1-\frac{8}{100} = 1-0,08 = 0,92}$.

   Le prix à payer après remise est donc : **113,10×0,92 = 104,052 ≈ 104,05 €**