BREVET BLANC n°1, correction

Epreuve de Mathématiques

Série générale

Décembre 2022

Durée de l'épreuve : 2 heures

Ce sujet comporte 7 pages

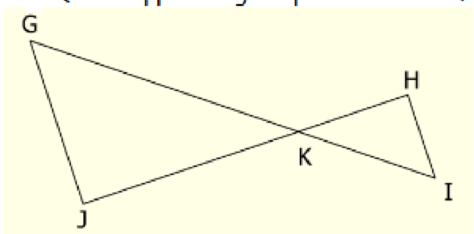
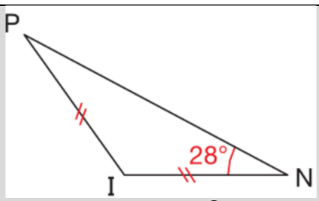
L'utilisation de la calculatrice est **autorisée**.
L'usage du dictionnaire n'est pas autorisé.

Compétences		Très bonne maîtrise	Maîtrise satisfaisante	Maîtrise fragile	Maîtrise insuffisante	Non abordé
Chercher	*Ex 3, 4, 6*					
Modéliser	*Ex 3, 4, 7*					
Représenter	*Ex 1, 3, 5*					
Raisonner	*Ex 2, 4, 7*					
Calculer	*Ex 2, 3, 4, 5, 7*					
Communiquer	*Ex 2, 5, 6, 7*					

Indications portant sur l'ensemble du sujet :
Toutes les réponses doivent être **justifiées**, sauf si une indication contraire est donnée.
Pour chaque question, si le travail n'est pas terminé, *laisser tout de même une trace de la recherche* ; elle sera prise en compte dans la notation.

Exercice 1 : QCM (12 points)

Compétence travaillée : *Représenter*

<table>
<tr><th>N°</th><th>Question</th><th>Réponse A</th><th>Réponse B</th><th>Réponse C</th></tr>
<tr><td>Q1</td><td>$1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 =$</td><td>30</td><td>55</td><td>225</td></tr>
<tr><td>Q2</td><td>Calculer l'expression A pour $x = 2$
$A = -4x^2 + 5x - 11$</td><td>-18</td><td>-17</td><td>15</td></tr>
<tr><td>Q3</td><td>Calculer l'âge moyen de cette classe<table><tr><td>Âge des élèves</td><td>11</td><td>12</td><td>13</td><td>14</td></tr><tr><td>Nombre d'élèves</td><td>3</td><td>9</td><td>11</td><td>7</td></tr></table></td><td>10,25</td><td>13,18</td><td>12,73</td></tr>
<tr><td>Q4</td><td>En rendant la fraction $\frac{30}{63}$ irréductible on obtient :</td><td>$\frac{10}{21}$</td><td>$\frac{3}{6}$</td><td>$\frac{15}{32}$</td></tr>
<tr><td>Q5</td><td>Quels rapports égaux peut-on écrire ?

(GJ) // (HI)</td><td>$\frac{KH}{KJ} = \frac{KI}{KG} = \frac{HI}{GJ}$</td><td>$\frac{IK}{IG} = \frac{HK}{HJ} = \frac{HI}{GJ}$</td><td>$\frac{KH}{KJ} = \frac{KG}{KI} = \frac{HI}{GJ}$</td></tr>
<tr><td>Q6</td><td>Avec les informations codées sur la figure,

donner la mesure de l'angle $\widehat{PIN}$.</td><td>28°</td><td>124°</td><td>134°</td></tr>
</table>

Exercice 2 : (8 points)

Compétences travaillées : *Calculer, Communiquer, Raisonner*

AFFIRMATION 1

Deux élèves comparent leurs résultats à une question, ils obtiennent les deux résultats suivants.

L'un des deux, affirme que l'expression A et égale à l'expression B. A-t-il raison ?

$$A = \frac{3}{4} + \frac{4}{5} = \frac{3\times5}{4\times5} + \frac{4\times4}{5\times4} = \frac{15}{20} + \frac{16}{20} = \frac{31}{20}$$

$$B = \frac{1}{2} + \frac{2}{5} \times \frac{3}{2} = \frac{1}{2} + \frac{6}{10} = \frac{1\times5}{2\times5} + \frac{6}{10} = \frac{5}{10} + \frac{6}{10} = \frac{11}{10} = \frac{22}{20}$$

L'élève a tort, les deux expressions ne sont pas égales.

AFFIRMATION 2

Le prix d'un article connait une baisse de 10 % puis une augmentation de 10 %.

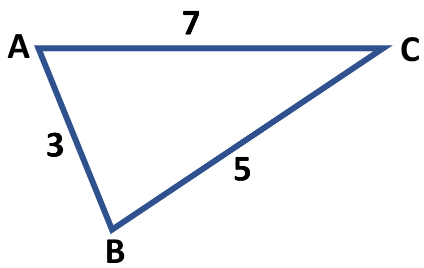
Un élève affirme que l'on retrouve le prix de départ. A-t-il raison ?

Baisse de 10% : cela revient à multiplier le prix par 0,9.

Augmentation de 10 % : cela revient à multiplier le prix par 1,1.

Cela revient donc à multiplier par 0,9 puis par 1,1, soit 0,9 x 1,1 = 0,99. Donc, cela ne revient pas au prix de départ, mais cela correspond à une baisse de 1%.

AFFIRMATION 3



Dans un exercice on trouve le triangle ABC schématisé ci-contre.

Un élève affirme que ce triangle est rectangle en B. A-t-il raison ?

Dans le triangle ABC, le plus long côté est [AC].

D'une part :

$AC^2 = 7^2 = 49$

D'autre part

$AB^2 + BC^2 = 3^2 + 5^2 = 9 + 25 = 34$

L'égalité de Pythagore n'est pas vérifiée on a $AC^2 \neq AB^2 + BC^2$

Donc d'après la contraposée du théorème de Pythagore le triangle ABC n'est pas un triangle rectangle en B. Donc l'élève à tort.

Exercice 3 : (18 points)

Compétences travaillées : *Calculer, Chercher, Modéliser Représenter*

Paris-Nice est une course cycliste qui se déroule chaque année et qui mène les coureurs de la région parisienne à la région niçoise. L'édition 2021 s'est déroulée en 7 étapes décrites ci-dessous :

Etape	Date	Profil	Parcours	Distance
1	Dimanche 7 mars	Accidenté	Saint-Cyr-l'Ecole → Saint-Cyr-l'Ecole	166 km
2	Lundi 8 mars	Plat	Oinville-sur-Moncient → Amilly	188 km
3	Mercredi 10 mars	Accidenté	Chalon-sur-Saône → Chiroubles	187,5 km
4	Jeudi 11 mars	Plat	Vienne → Bollène	200 km
5	Vendredi 12 mars	Accidenté	Brignoles → Biot	202,5 km
6	Samedi 13 mars	Montgneux	Le Broc → Valdeblore-La-Colmiane	119,5 km
7	Dimanche 14 mars	Accidenté	Le Plan-du-Var → Levens	93 km

1. On étudie la série des distances parcourues par étape.
   a. Calculer la distance moyenne parcourue par étape, arrondie au dixième de km.

      La distance moyenne parcourue par étape est en km :

      (166+188+187,5+200+202, 5+119, 5+93) : 7 = 1156,5 : 7 ≈ 165,2.

b. Calculer la médiane des distances parcourues par étape.

Pour calculer la médiane des distances parcourues par étape, on commence par ranger les distances en ordre croissant :

93 – 119,5 – 166 – **187,5** – 188 – 200 – 202,5

Il y a un nombre impair de distances donc la médiane est la distance située « au milieu » donc la 4e , c'est-à-dire 187,5 km.

c. Calculer l'étendue de la série formée par les distances parcourues par étape.

L'étendue de la série formée par les distances parcourues par étape est égale à 202,5−93 soit 109,5 km.

2. Un journaliste affirme : « Environ 57 % du nombre total d'étapes de cette édition se sont déroulées sur un parcours accidenté. » A-t-il raison ? Expliquer votre réponse.

Il y a en tout 4 étapes sur 7 en profil accidenté soit un pourcentage de 4/7 ×100 ≈ 0,571×100, soit environ 57% : le journaliste a raison.

3. L'Allemand Maximilian SCHACHMANN a remporté la course en 28 h 50 min. Le dernier au classement général a effectué l'ensemble du parcours en 30 h 12 min. Combien de retard le dernier au classement a-t-il accumulé par rapport au vainqueur ?

L'allemand Maximilian SCHACHMANN a remporté la course en 28 h 50 min.

Le dernier au classement général a effectué l'ensemble du parcours en 30 h 12 min.

De 28 h 50 min à 29 h, il y a 10 min, et de 29 h à 30 h 12 min, il y a 1 h 12 min; donc de 28 h 50 min à 30 h 12 min, il y a 1 h 22 min. Le dernier au classement a donc accumulé 1 heure et 22 minutes de retard par rapport au vainqueur.

4. L'Irlandais Sam BENNETI a remporté la première étape en 3 h 51 min.

Déterminer sa vitesse moyenne en km/h, arrondie à l'unité, lors de cette étape.

Formule de la vitesse :

$$vitesse = \frac{distance}{temps}$$

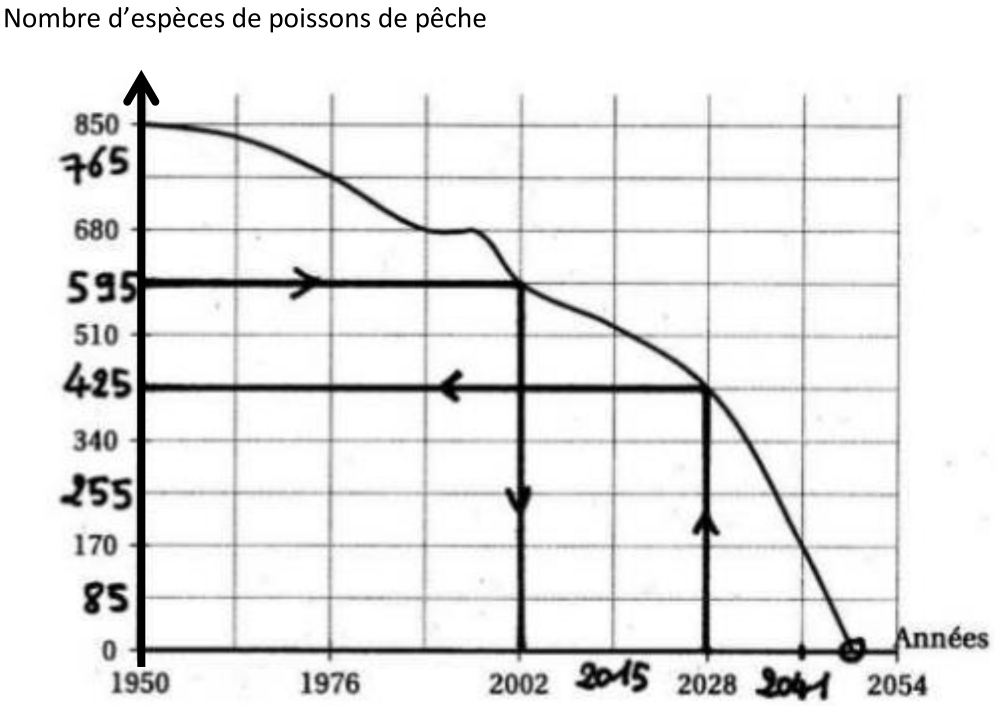
L'Irlandais Sam BENNETI a remporté la première étape en 3 h 51 min, soit 3 × 60 + 51 = 231 min. Sa vitesse moyenne en km/h répond à la question : il a parcouru 166 kilomètres en 231 minutes, combien de kilomètres a-t-il parcourus en 60 minutes ? 166/231 ×60 ≈ 43 donc la vitesse moyenne du vainqueur est de 43 km/h.

Exercice 4: (20 points)

Compétence travaillée : *Calculer, Chercher, Modéliser, Représenter*

Voici un extrait d'article trouvé dans une revue scientifique :

> *« Si l'Homme ne change pas son comportement de pollueur, il n'y aura plus aucun poisson à l'état sauvage dans les océans. »*



Le graphique ci-dessus donne la courbe représentative qui prévoit l'évolution des espèces restantes de poissons trouvées en mer en fonction des années.

PARTIE A

1. D'après le graphique :

   a. S'agit-il d'une situation de proportionnalité ? justifier

   Non, car la courbe représentative n'est pas une droite passant par

   b. Déterminer le nombre d'espèces restantes de poissons en 2028.

   Le nombre d'espèces restantes de poissons en 2028 est 425

   c. En quelle année restait-il 595 espèces de poissons ?

   Il restait 595 espèces de poissons en 2002

   d. Donner une estimation de l'année de disparition prévue de toutes les espèces de poissons de pêche.

   L'année de disparition de toutes les espèces de poissons de pêche est prévue aux environs de 2047

PARTIE B

2. La biologiste de l'Aquarium du Pacifique aménage une salle dédiée à deux espèces de petits poissons notées A et B.

Voici le tableau donnant le nombre de poissons de chaque espèce dont elle dispose :

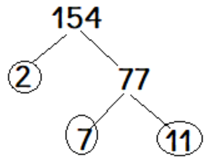
Espèce de petits poissons	A	B
Effectif	154	105

a. **Décomposer** en produit de **facteurs premiers** les nombres **154** et **105**.

154

$$\begin{array}{r|l} 154 & 2 \\ 77 & 7 \\ 11 & 11 \\ 1 & \end{array}$$

ou

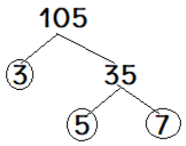


donc: 154 = 2 x 7x11

105

$$\begin{array}{r|l} 105 & 3 \\ 35 & 5 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

ou



donc: 105 = 3x5x7

b. Quel est le plus grand diviseur commun entre 154 et 105 ?

La question précédente montre que 7 est le plus grand des diviseurs communs de 154 et 105

c. En déduire le nombre maximum de bassins pour qu'ils contiennent exactement le même nombre de poissons de chacune des espèces A et B (*c'est-à-dire que le nombre de A est le même dans chaque bassin, le nombre de B est le même dans chaque bassin*) ?

Le nombre maximum de bassins est 7.

d. Donner pour chaque espèce, le nombre de poissons qu'il y aurait alors dans un bassin.

On a : 154÷7 = 22 105÷7 = 15.

Chaque bassin va donc contenir 22 poissons de l'espèce A et 15 de l'espèce B .

e. Quel est le pourcentage de l'espère B dans chaque bassin ?

Le nombre total dans chaque basin est : 15 + 22 = 37

$$\frac{15}{37} \times 100 \approx \mathbf{41}$$

donc : le pourcentage de l'espère B dans chaque bassin est environ 41%

Exercice 5 : (16 points)

Compétence travaillée : *Calculer, Communiquer, Représenter*

Voici un programme de calcul :

Choisir un nombre.
Prendre le carré du nombre de départ.
Ajouter le triple du nombre de départ.
Soustraire 10 au résultat.

1. Vérifier que si on choisit 4 comme nombre de départ, on obtient 18.

Nombre de départ : 4
- Prendre le carré du nombre de départ → 4^2
- Ajouter le triple du nombre de départ → $4^2 + (3 \times 4)$
- Soustraire 10 au résultat → $4^2 + (3 \times 4) - 10 = 16 + 12 - 10 = 18$.

2. Appliquer ce programme de calcul au nombre -3.

- Nombre de départ : -3
- Prendre le carré du nombre de départ → $(-3)^2$
- Ajouter le triple du nombre de départ → $(-3)^2 + (3 \times (-3))$
- Soustraire 10 au résultat → $(-3)^2 + (3 \times (-3)) - 10 = 9 - 9 - 10 = -10$

3. Vous trouverez ci-dessous un script, écrit avec scratch.

   Sur la copie, recopier et compléter les lignes 5 et 6 du script.

Pour que ce script corresponde au programme de calcul, les lignes 5 et 6 peuvent être complétées de la manière suivantes :

- Ligne 5 : Mettre z à y + 3x ;
- Ligne 6 : Mettre résultat à z – 10.

4. Si l'on appelle x le nombre choisi au départ, écrire en fonction de x l'expression obtenue à la fin du programme.

- Nombre de départ : x
- Prendre le carré du nombre de départ → x^2
- Ajouter le triple du nombre de départ → $x^2 + (3 \times x)$
- Soustraire 10 au résultat → $x^2 + (3 \times x) - 10 = x^2 + 3x - 10$.

Exercice 6 : (10 points)

Compétence travaillée : *Chercher, Communiquer, Raisonner*

Le Futuroscope est un parc de loisirs situé dans la Vienne. L'année 2019 a enregistré 1,9 million de visiteurs.

1. Combien aurait-il fallu de visiteurs en plus en 2019 pour atteindre 2 millions de visiteurs ?

   Il aurait fallu : 2 – 1,9 = 0,1 million soit 100 000 visiteurs de plus en 2019 pour atteindre 2 millions.

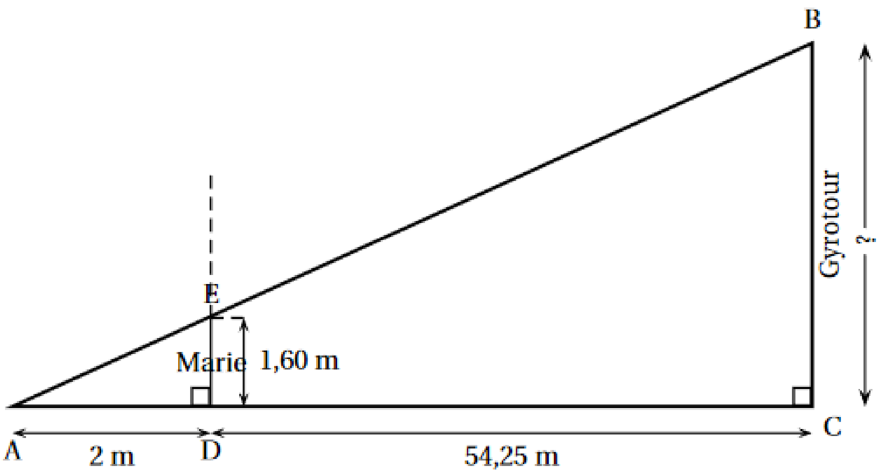
2. L'affirmation « Il y a eu environ 5 200 visiteurs par jour en 2019 » est-elle vraie ? Justifier la réponse.

   Soit 1,9 millions (1 900 000) de visiteurs pour l'année 2019, sachant qu'une année compte 365 jours nous avons donc :

$$\frac{1\,900\,000}{365} \approx 5200$$

Oui, l'affirmation qu'il y a eu environ 5 200 visiteurs par jour en 2019 est vraie.

3. Deux élèves de 3ème, Marie et Adrien, se souviennent avoir vu en mathématique que les hauteurs inaccessibles pouvaient être déterminées avec l'ombre.
Ils souhaitent calculer la hauteur de la tour Gyrotour du Futuroscope.
Marie se place comme indiquée sur la figure ci-dessous, de telle sorte que son ombre coïncide avec celle de la tour. Après avoir effectué plusieurs mesures, Adrien effectue le schéma ci-dessous (*le schéma n'est pas à l'échelle*), sur lequel les points 1, E et B ainsi que les points A, D et C sont alignés.
Calculer la hauteur BC de la Gyrotour.



Dans un premier temps, d'après le schéma Marie et la tour Gyrotour sont tous les deux perpendiculaires au sol, ils sont donc parallèles.
Dans un deuxième temps, grâce à l'affirmation précédente nous savons que (ED)//(BC) et sachant que les points AEB et ADC sont alignés nous pouvons donc appliquer le théorème de Thalès (ou l'égalité de Thalès) :

$$\frac{AE}{AB} = \frac{AD}{AC} = \frac{ED}{BC}$$

En déterminant la longueur AC : AC = AD + DC = 2 + 54,25 = 56,25 m

Nous avons ainsi : $\frac{AD}{AC} = \frac{ED}{BC}$ soit $BC = \frac{ED \times AC}{AD} = \frac{1,6 \times 56,25}{2} = 45\ m$

La hauteur de la tour Gyrotour est donc de 45 m

Exercice 7 : (16 points)

Compétence travaillée : *Calculer, Communiquer, Modéliser, Raisonner*

Les trois parties sont indépendantes.

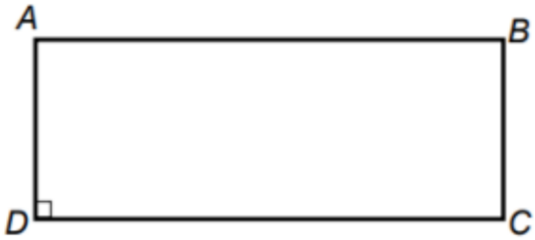
Une association de jardiniers a décidé de s'occuper du terrain mis à disposition par la ville afin que tous puissent y planter fruits et légumes sans se marcher dessus.

PARTIE A

Par manque de place, deux jardiniers Christophe et Anthony doivent se partager un jardin de forme rectangulaire qui a été schématiser ci-contre dont les mesures sont :

$AD = 2{,}3\ hm$ et $DC = 6\ hm$.

(Le dessin n'est pas à l'échelle)



La terre n'étant pas la même partout, ils ont décidé de se partager le potager en le coupant en diagonale.

1. Ecrire le nom du théorème permettant de calculer la longueur du segment AC.

   C'est le théorème de Pythagore

Pour délimiter leur espace, ils doivent mesurer la longueur de clôture qu'ils doivent acheter.

2. Montrer que la longueur AC est égale à 6,4 hm (valeur arrondie au dixième).

   Dans le triangle ADC rectangle en D
   D'après le théorème de Pythagore,
   On a : $AC^2 = AD^2 + DC^2$
   $AC^2 = 2{,}3^2 + 6^2$
   $AC^2 = 41{,}29$
   $AC = \sqrt{41{,}29} \approx 6{,}4$ (arrondie au dixième près)
   donc la longueur de AC est environ 6,4 hm.

Pour prévoir la bonne quantité d'engrais à acheter ils doivent calculer l'aire du potager.

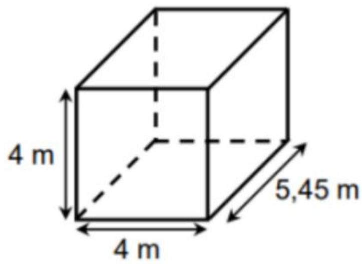
3. Montrer que l'aire du rectangle ABCD est égale à 13,8. Préciser l'unité.

   ABCD est un rectangle donc :

   Aire (rectangle ABCD) = longueur x largeur = AD x DC = 2,3 x 6 = 13,8 hm^2

PARTIE B

A côté de chaque jardin, ils ont à leur disposition un grand cabanon schématisé ci-contre.



4. Calculer le volume du solide. Préciser l'unité.

   On a : **v**olume (parallélépipède) = longueur x largeur x hauteur

   Volume = 4 x 5,45 x 4

   Volume = 87,2 m^3

   Donc le volume de ce solide est de $87{,}2 m^3$

PARTIE C

Sur la parcelle rectangulaire d'à côté, on prévoir de faire un potager lui aussi rectangulaire au centre. Il faut laisser une bordure autour afin que Juliette puisse passer avec sa brouette autour.

On note x la largeur de la bordure exprimée en mètre.

5. Lorsque $x = 3$, (x est exprimé en mètre) quelles seront les dimensions du potager ? Calculer son aire.

Lorsque $x = 3m$ on aura :

Longueur : $25m - (3m + 3m) = 19m$

Largeur : $13m - (3m + 3m) = 7m$

Calculer son aire :

Le potager à une forme rectangulaire

Donc : Aire (rectangle) = longueur x largeur

Aire (potager) = $19 \times 7 = 133\ m^2$

L'aire du potager est de $133\ m^2$

6. Exprimer l'aire du potager en fonction de x.

Longueur : $25 - (x + x) = 25 - 2x$

Largeur : $13 - (x + x) = 13 - 2x$

Donc : Aire (potager) = $(25 - 2x) \times (13 - 2x)$

Bonus Quelle doit être la largeur de la bordure pour que l'aire du potager soit au moins de 150 m² ?

Il faut que la bordure soit inférieure à 2,7 m.