BREVET BLANC n°2 – Correction

Epreuve de Mathématiques

Série générale

Avril 2023

Durée de l'épreuve : 2 heures

Ce sujet comporte 9 pages,
!!! Attention, la page 9 ANNEXE doit être ajoutée dans la copie !!!!

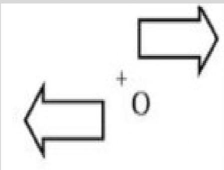
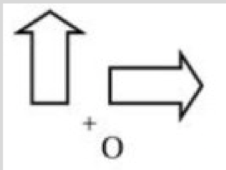
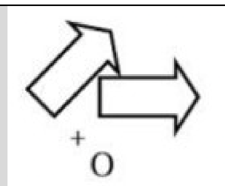
L'utilisation de la calculatrice est **autorisée**.
L'usage du dictionnaire n'est pas autorisé.

Indications portant sur l'ensemble du sujet :
Toutes les réponses doivent être **justifiées**, sauf si une indication contraire est donnée.
Pour chaque question, si le travail n'est pas terminé, *laisser tout de même une trace de la recherche* ; elle sera prise en compte dans la notation.

Exercice 1 : QCM (12 points)

Compétence travaillée : *Représenter*

Pour chaque ligne du tableau ci-dessous, trois réponses sont proposées, mais une seule est exacte. Trouver la réponse correcte ***et écrire sur votre copie le numéro de la question et la lettre A, B ou C correspondant à la réponse choisie***. Les détails des calculs ne sont pas demandés sur la copie.

N°	Question	Réponse A	Réponse B	Réponse C
Q1	Une année-lumière est égale à environ **9 461 milliards** de kilomètres, son écriture scientifique est …	$9{,}461 \times 10^9$	$9{,}461 \times 10^{12}$	$9{,}461 \times 10^6$
Q2	Sur quelle figure a-t-on représenté une flèche et son image par une symétrie centrale de centre O ?			
Q3	La probabilité d'un évènement est un nombre compris …	entre 0 et 10	entre -1 et 1	entre 0 et 1
Q4	L'égalité ci-dessous : $3x - 1 = x + 3$ est vraie si x est égal à…	0	2	-2
Q5	Les nombres **18** et **27** sont dans le ratio…	$3 : 6$	$2 : 3$	$3 : 2$
Q6	La forme développée de $(x + 3)(2x - 1)$ est …	$x^2 + 5x - 3$	$2x^2 + 5x + 3$	$2x^2 + 5x - 3$

Exercice 2 : (8 points)

Compétences travaillées : *Calculer, Communiquer, Raisonner*

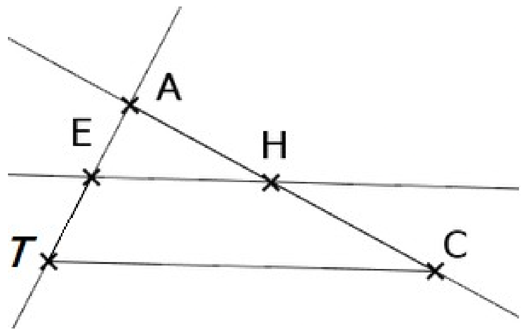
Lors d'un cours de mathématiques un professeur a noté des réponses d'élèves.

Vérifier si les affirmations des élèves sont vraies ou fausses **en <u>justifiant</u>** avec des calculs et des explications.

AFFIRMATION 1

La figure ci-dessous n'est pas réalisée en vraie grandeur.

Elle n'est pas à reproduire.



On sait que : $AH = 4cm$; $AC = 5cm$; $AE = 6cm$ et $AT = 7{,}5cm$.

Un élève affirme que les **droites (EH) et (TC) ne sont pas parallèles**. A-t-il raison ?

Sachant que d'une part : $\frac{AH}{AC} = \frac{4}{5} = \mathbf{0{,}8}$

Et que d'autre part : $\frac{AE}{AT} = \frac{6}{7{,}5} = \mathbf{0.8}$

Alors, d'après la **réciproque** du théorème de Thalès les droites (EH) et (TC) sont parallèles, l'élève n'a donc pas raison pour son affirmation.

AFFIRMATION 2

On suppose qu'une éolienne produit 5 GWh d'électricité par an et qu'une personne a besoin de 7 000 kWh d'électricité par an.

(*Wh : Watt-heure*)

> **Rappel :**
>
> **1 G** *(Giga)* **= 10^6 k** *(kilo)*

Un élève affirme qu'**une éolienne ne couvre pas les besoins en électricité de 1 000 personnes pour un an**. A-t-il raison ?

Sachant que d'une part la production d'une éolienne à l'année correspond à :
5 GWh = 5 x 10^6 kWh soit 5 000 000 kWh.
Et que d'autre part, la consommation de 1 000 personnes à l'année correspond à :
7 000 x 1 000 = 7 000 000 kWh.
Alors, l'élève a raison une éolienne ne couvre pas les besoins en électricité de 1 000 personnes pour un an.

AFFIRMATION 3

Pour son anniversaire, Chloé invite deux de ses amis, Hakim et Manon.
Quand arrive l'heure du gâteau, les trois enfants indiquent :

- Hakim : « Je souhaite en manger les $\frac{3}{7}$ » ;
- Manon : « Cela me fait plaisir d'en manger les $\frac{2}{5}$ » ;
- Chloé : « $\frac{1}{7}$ du gâteau me convient parfaitement ».

Un élève affirme que **les trois amis ont mangé la totalité du gâteau**. A-t-il raison ?

Pour le savoir il suffit d'additionner les trois quantités mangées par Chloé, Manon et Hakim :

$$\frac{3}{7}+\frac{2}{5}+\frac{3}{7}=\frac{3\times5}{7\times5}+\frac{2\times7}{5\times7}+\frac{1\times5}{7\times5}=\frac{15}{35}+\frac{14}{35}+\frac{5}{35}=\mathbf{\frac{34}{35}}$$

L'élève n'a pas raison puisqu'après avoir fini de manger il restera $\mathbf{\frac{1}{35}}$ du gâteau.

Exercice 3 : (20 points)

Compétences travaillées : *Modéliser, Raisonner, Communiquer* 3

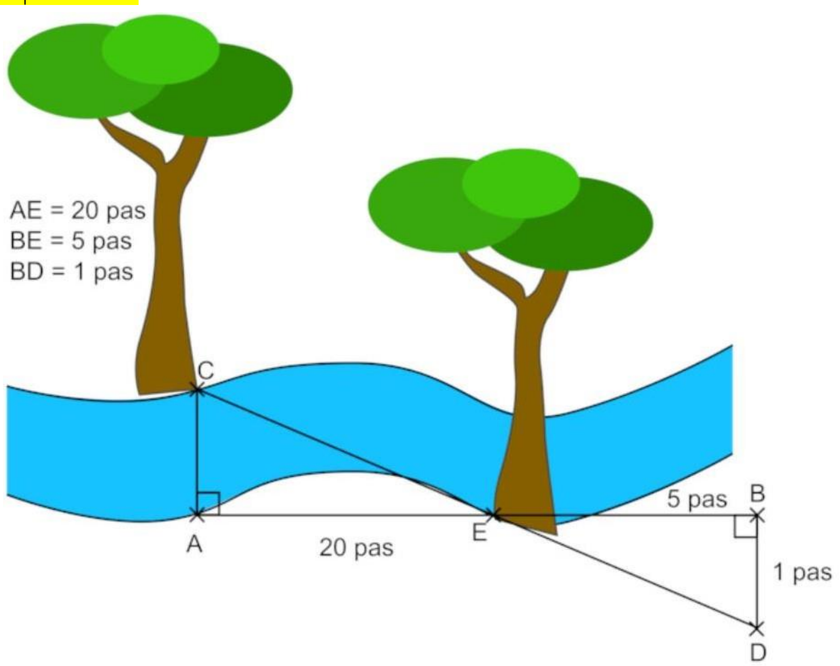
Une famille se promène au bord d'une rivière. Les enfants aimeraient connaître la largeur de la rivière. Ils prennent des repères, comptent leurs pas et dessinent le schéma ci-dessous sur lequel les points C, E et D, de même que A, E et B sont alignés. (*Le schéma n'est pas à l'échelle.*)

1. **Démontrer** que les droites (AC) et (BD) sont parallèles.

Les droites **(AC)** et **(BD)** sont toutes les deux **perpendiculaires** à une troisième droite : la droite **(AB)**.

Or : Si deux droites sont perpendiculaires à une même troisième, alors elles sont parallèles. (Facultatif !)

Conclusion : Donc les droites (AC) et (BD) sont parallèles.



2. **Déterminer**, en nombre de pas, la largeur AC de la rivière.

Les deux triangles AEC et BEC forment une configuration de Thalès (facultatif !)

- Les points C ; E ; D et les points A ; E ; B sont alignés dans le même ordre

Aussi on accepte : les droites (CD) et (AB) sont sé**can**tes en E ou Le point E appartient aux segments [AB] et [CD] ;

- Et les droites **(AC)** et **(BD)** sont parallèles,

d'après le Théorème de **Thalès**, on a :

$$\frac{AC}{BD} = \frac{AE}{BE} = \frac{CE}{DE}$$

On remplace les longueurs connues :

$$\frac{AC}{1} = \frac{20}{5} = \frac{CE}{DE}$$

On utilise simplement la première partie pour trouver AC :

$$\frac{AC}{1} = \frac{20}{5}$$

Faisons un **produit en croix** pour trouver **AC** :

On obtient :
$$AC = \frac{20 * 1}{5}$$
$$AC = 4$$

La largeur AC de la rivière mesure 4 pas

Pour les questions qui suivent, on considère la longueur **d'un pas de 65 cm.**

3. **Montrer** que la longueur CE vaut 13,3 m, en arrondissant au décimètre près.

Commençons par convertir les deux longueurs **4 pas** et **20 pas** en **centimètres**.

1 pas correspond à 65 centimètres donc **4×65 = 260**

4 pas correspondent donc à 260 centimètres, c'est-à-dire **2,6 mètres**

De même, 1 pas correspond à 65 centimètres donc **20×65 = 1300**

20 pas correspondent donc à 1300 centimètres, c'est-à-dire **13 mètres**

Le triangle AEC est rectangle en A, donc d'après le théorème de Pythagore

$CE^2 = AE^2 + AC^2$

On remplace par les longueurs connues en mètres :

$CE^2 = 13^2 + 2{,}6^2$

On obtient à la calculatrice $CE^2 = 175{,}76$

On a CE^2, pour trouver CE on utilise la racine carrée :

$$CE = \sqrt{175,76}$$

On obtient à la calculatrice environ **13,257**

L'énoncé nous demande d'arrondir **au décimètre près** (1 décimètre c'est 10 centimètres soit **0,1 mètre**).

13,257 m est plus proche de **13,3 m** que de **13,2 m**

Conclusion : **CE ≈ 13,3 m**

4. **a.** L'un des enfants lâche un bâton dans la rivière au niveau du point E.

Avec le courant, le bâton met 5 secondes pour rejoindre en ligne droite le point C.

Calculer la vitesse du bâton en m/s.

La vitesse du bâton est donnée par la formule : V=d/t. Ainsi, on a :
$V = CE/5 = 0{,}65 \times \sqrt{416}/5 \approx 2{,}65$ m/s.
On ne pénalise pas si l'élève a remplacé la valeur de CE par 13,3 m (valeur approchée !)

b. Est-il vrai que « le bâton se déplace à une vitesse moyenne inférieure à 10km/h » ?

On sait que 1 km représente 1 000 m et que 1 h compte 3 600 secondes
Ainsi, si on convertit 10km/h, on obtient : 10km/h = 10km/1h = 10 x 1000m/3600s ≈ 2,78m/s.
donc, l'affirmation proposée est vraie , car le bâton se déplace à une vitesse inférieure à 10 km/h.(2,65 m/s < 2,78m/s)
On accepte aussi la réponse de ce style !
Vrai.
car, v = 2,65 x 3,6 ≈ 9,5 km / h.

Exercice 4: (20 points)

Compétences travaillées : *Calculer, Chercher, Modéliser*

PARTIE A

Dans cette première partie, on lance un dé bien équilibré à six faces numérotées de 1 à 6, puis on **note le numéro** de la face du dessus.

1. **Donner** sans justification les issues possibles.

   Les issues possibles sont **{1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6}**

2. Quelle est la probabilité de l'évènement A : « On obtient 2 » ?

   La probabilité d'obtenir 2 est de $\frac{1}{6}$.

3. Quelle est la probabilité de l'évènement B : « On obtient un nombre premier » ?

2, 3 et 5 sont des nombres premiers.
La probabilité d'obtenir un nombre premier est de $\frac{3}{6}$ soit $\frac{1}{2}$.

PARTIE B

Dans cette deuxième partie, on lance simultanément *(en même temps)* deux dés bien équilibrés à six faces, un rouge et un vert.

On appelle « score » le **produit** des numéros obtenus sur chaque dé.

4. Quelle est la probabilité de l'évènement C : « le score est 13 » ? Comment appelle-t-on un tel événement ?

   La probabilité est de 0.

   Il s'agit d'un évènement impossible.

5. Dans le tableau à double entrée donné en **ANNEXE**, on remplit chaque case avec le produit des numéros obtenus sur chaque dé.

   a. Compléter, sans justifier, le tableau donné en ANNEXE *à rendre avec la copie.*

Dé vert / Dé rouge	1	2	3	4	5	6
1	1	2	3	4	5	6
2	2	4	6	8	10	12
3	3	6	9	12	15	18
4	4	8	12	16	20	24
5	5	10	15	20	25	30
6	6	12	18	24	30	36

   b. Donner la **liste** des scores possibles.

   Les scores possibles sont : **1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 12, 15, 16, 18, 20, 24, 25, 30 et 36** soit 18 scores différents possibles.

6. **a.** Déterminer la probabilité de l'évènement D : « le score est 10 ».

   La probabilité de l'évènement D : « le score est 10 » est : $\frac{2}{36}$ soit $\frac{1}{18}$

   b. Déterminer la probabilité de l'évènement E : « le score est un multiple de 4 ».

   La probabilité de l'évènement E : « le score est un multiple de 4 » est : $\frac{15}{36}$ soit $\frac{5}{12}$

   c. Les évènements E et D sont-ils incompatibles ? *La réponse doit être justifiée.*

   Oui, les évènements E et D sont incompatibles puisque « 10 » ne fait pas parti des « multiples de 4 » donc ces évènements ne pourront apparaître simultanément lors d'une issue.

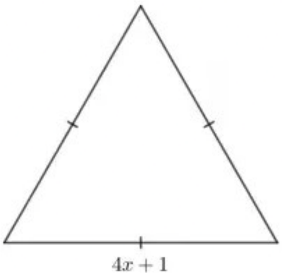
Exercice 5 : (20 points)

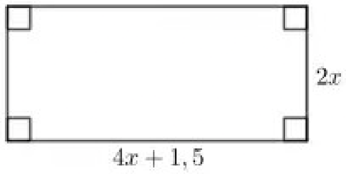
Compétences travaillées : *Calculer, Communiquer, Modéliser, Représenter*

PARTIE A

Dans cette partie, toutes les longueurs sont exprimées en centimètres.

On considère les deux figures ci-dessous, un triangle équilatéral et un rectangle, où x représente un nombre positif quelconque.





1. **Construire** le triangle équilatéral pour $x = 2$.

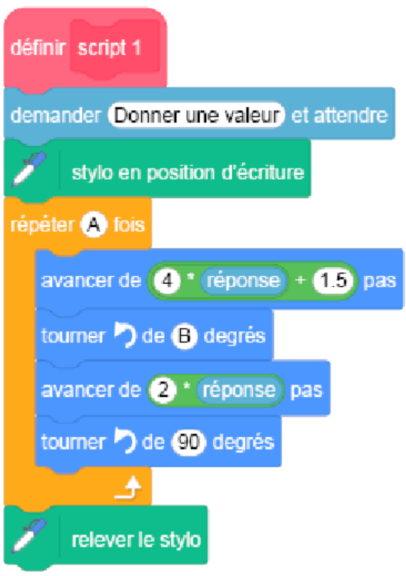
   On trace un segment de longueur 4×2+1 = 8+1 = 9 cm.
   Par les deux extrémités de ce segment on trace deux arcs de cercle de rayon 9 (cm) qui se coupent au troisième sommet du triangle équilatéral.

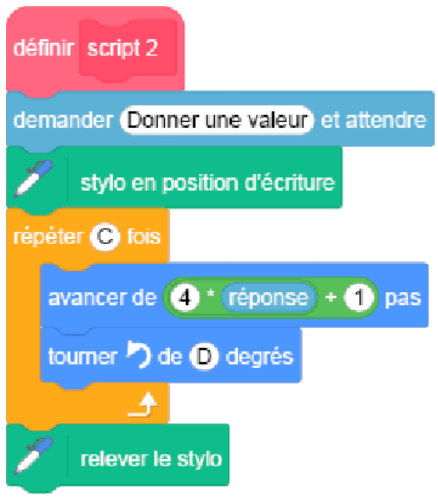
2. **Démontrer** que le périmètre du rectangle en fonction de x peut s'écrire $12x + 3$.

   Le périmètre du rectangle est égal à : 2(L +l) = 2(4x +1,5+2x) = 2(6x +1,5) = 12x +3.

PARTIE B

On a créé les scripts (ci-dessous) sur Scratch qui, après avoir demandé la valeur de x à l'utilisateur, construisent les deux figures de la partie A.





Dans ces deux scripts, les lettres A, B, C et D remplacent des nombres.

3. **Donner** des valeurs à A, B, C et D pour que ces deux scripts permettent de construire les figures de la partie A.

A = 2 (on trace deux fois la longueur puis la largeur)
B = 90 (mesures des angles d'un rectangle)
C = 3 (tracé des trois côtés)
D = 120 (mesure en degré des trois angles d'un triangle équilatéral : 60).

4. **Quelle** est la nature de la figure associée à chacun de ces scripts ?

Le premier script trace le rectangle et le second le triangle équilatéral.

Exercice 6 : (20 points)

Compétences travaillées : *Chercher, Communiquer, Raisonner*

La production annuelle de déchets par Français était de 5,2 tonnes par habitant en 2007. Entre 2007 et 2017, elle a diminué de 6,5 %.

1. De **combien** de tonnes, la production annuelle de déchets par Français en 2017, a-t-elle diminué par rapport à l'année 2007 ?

La masse de déchet en 2007 était de 5,2 t et elle a diminué de 6, 5 %.

Comme $1 - \frac{6,5}{100} = 1 - 0,065 = 0,935$,

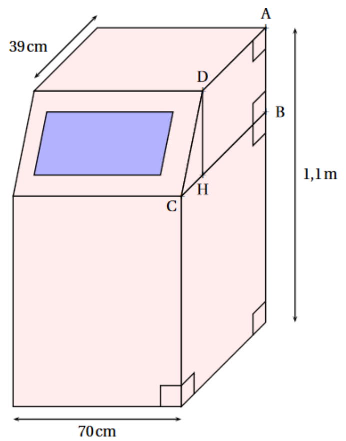
il faut calculer 0, 935 × 5,2 t = 4,862 t.
Or 5,2 t − 4,862 t = 0,338 t.
La production de déchet par habitant a diminué de 0,338 t

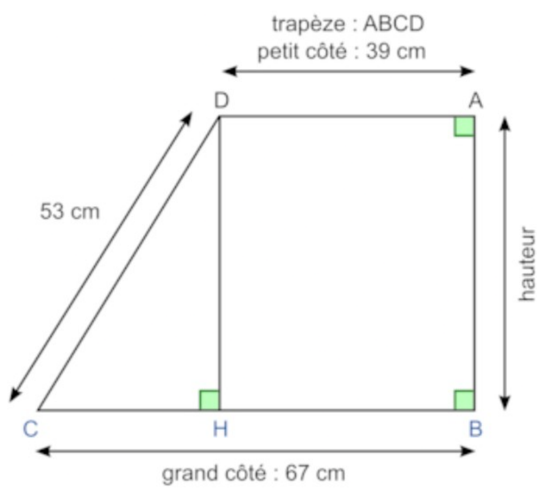
On pouvait aussi effectuer $5,2 \text{ t} \times \frac{6,5}{100} = 0,338 \text{ t}$

Pour continuer à diminuer leur production de déchets, de nombreuses familles utilisent désormais un composteur.

Une de ces familles a choisi le modèle ci-dessous, composé d'un pavé droit et d'un prisme droit (*la figure du composteur n'est pas à l'échelle*).

Le descriptif indique qu'il a une contenance d'environ 0,5 m^3. On souhaite vérifier cette information.





Rappels

$$\text{Aire du trapèze} = \frac{(\text{Petit côté} + \text{Grand côté}) \times \text{Hauteur}}{2}$$

$$\text{Volume du prisme droit} = \text{Aire de la base} \times \text{Hauteur}$$

$$\text{Volume du pavé droit} = \text{Longueur} \times \text{Largeur} \times \text{Hauteur}$$

2. **a.** Dans le trapèze ABCD, **calculer** la longueur CH.

CH = 67 cm − 39 cm = 28 cm

b. **Montrer** que la longueur DH est égale à 45 cm.

Dans le triangle CHD rectangle en H,
D'après le théorème de Pythagore on a :
HC² + HD² = CD²
28² + HD² = 532
784 + HD² = 2 809
HD² = 2 809 – 784
HD² = 2025
HD = √2 025
HD = 45

La longueur CH vaut exactement 45 cm.

c. **Calculer** le volume du composteur.

$$\text{Aire du trapèze} = \frac{(39\,\text{cm} + 67\,\text{cm}) \times 45\,\text{cm}}{2} = \frac{106\,\text{cm} \times 45\,\text{cm}}{2} = \frac{4\,770\,\text{cm}^2}{2} = 2\,385\,\text{cm}^2$$

Il faut calculer le volume du pavé droit et le volume du prisme en utilisant le formulaire.
Aire du pavé droit = 70 cm×67 cm×(1,1 m−45 cm) = 4 690 cm² ×(110 cm−45 cm) = 4 690 cm² ×65 cm = 304 850 $\boldsymbol{cm^3}$

Attention, les bases parallèles pour le prisme droit sont les trapèzes. La hauteur de ce prisme mesure donc 70 cm. Une hauteur n'est pas systématiquement verticale !

Volume du prisme = Aire de la base × Hauteur = 2 385 cm² × 70 cm = 166 950 $\boldsymbol{cm^3}$.

Le volume total du composteur vaut donc 304 850 $\boldsymbol{cm^3}$ + 166 950 $\boldsymbol{cm^3}$ = 471 800 $\boldsymbol{cm^3}$.

d. L'affirmation « il a une contenance d'environ 0,5 m^3 » **est-elle vraie** ? *La réponse doit être justifiée*

On sait que 1 $\boldsymbol{m^3}$ = 1 000 $\boldsymbol{dm^3}$ = 1 000 000 $\boldsymbol{cm^3}$ donc 471 800 $\boldsymbol{cm^3}$ = 0,471 8 $\boldsymbol{m^3}$
L'affirmation est vraie, le composteur a bien un volume d'environ 0,5 $\boldsymbol{m^3}$