KANGOUROU DES MATHÉMATIQUES

12 rue de l'épée de bois, 75005 Paris (ouvert au public)
Tél. : 01 43 31 40 30
www.mathkang.org

Le jeu-concours Kangourou, créé en 1990 en France, a lieu tous les ans au mois de mars. Plus de 6 millions de jeunes y participent maintenant et réfléchissent aux questions élaborées par des professeurs de plus de 79 pays. C'est l'événement phare du Kangourou des mathématiques qui œuvre pour une large diffusion de la culture, en particulier avec la distribution massive de livres, brochures, outils, jeux, films et logiciels pour voir, lire, faire et apprendre, agréablement, des mathématiques.

Kangourou 2019 - Corrigé du sujet « B »

1. Réponse **B.** Dans le dessin A le nez est plus petit que sur le dessin commencé. Le dessin terminé ne peut être que le dessin B, seul autre dessin aux oreilles noires et avec le nez triangulaire pointe en bas.

2. Réponse **C.** $17 = (3 \times 5) + 2$. 17 s'écrit donc avec 3 barres et 2 points.

3. Réponse **E.** Après 20:19, les mêmes chiffres seront affichés à 21:09. (Rappel : il y a 60 minutes dans une heure.)

4. Réponse **E.** La carte contenant 3, 18, 24 et 111 ne contient que des multiples de 3. Les autres cartes contiennent au moins un nombre non multiple de 3 (1 pour A, les quatre nombres pour B, 13 pour C et 50 pour D).

5. Réponse **E.** Un dé montrant deux faces adjacentes dont la somme des points vaut 7 ne peut pas être un « dé ordinaire » (5 et 2 sont adjacents sur A, 4 et 3 sur B et C, 6 et 1 sur D). Sur le dé E, 5 peut être opposé à 2, 3 à 4 et 1 à 6.

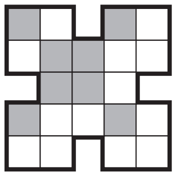
6. Réponse **D.** Aucun triangle équilatéral n'est dessiné.

7. Réponse **D.** Sur les 24 enfants, la moitié, soit 12 enfants, sont partis en promenade. Le maximum de garçons parmi ces 12 enfants est 10 ; il y a donc au minimum 2 filles parmi le groupe parti en promenade.

8. Réponse **C.** La coupure verticale laisse, à gauche 1 morceau (plié en deux) et, à droite 2 morceaux séparés. Et cela en haut et en bas de la coupure horizontale. Cela fait 3×2 soit 6 morceaux au total.

9. Réponse **B.** En 2 ans, la somme des âges a augmenté de 24 ans ($60-36=24$). Chaque kangourou ayant 2 ans de plus, le nombre de kangourous est $24 \div 2$, soit 12.

10. Réponse **D.** Comptons les petits carreaux pouvant être en haut à gauche d'un carré de quatre petits carreaux. Il y en a 2 sur la première ligne, 2 sur la deuxième ligne, 2 sur la troisième ligne, et 2 sur la quatrième ligne. Au total, Laura peut colorier de 8 manières différentes.



11. Réponse **A.** La construction nécessitant le moins de peinture est la B. Les constructions C, D et E nécessitent la peinture de 2 faces de petits cubes de plus. Et A nécessite la peinture de 2 faces de plus que E. A est donc la construction nécessitant le plus de peinture.

12. Réponse **C.** La somme des chiffres des unités est $3+7+6$, soit 6 unités et 1 dizaine.
La somme des chiffres des dizaines (augmentée de la retenue) doit avoir 2 comme chiffre des unités ; elle vaut $1+4+2+$un chiffre caché ; ce dernier vaut donc 5 (et la retenue pour les centaines est 1).
La somme des chiffres des centaines (augmentée de la retenue) doit être 8 ; elle vaut $1+2+1+$un chiffre caché ; ce dernier vaut donc 4.
La somme des deux chiffres cachés vaut donc $5+4$, soit 9.

13. Réponse **B.** Lorsque le nombre de petits carrés sur un côté est pair, il y a autant de petits carrés blancs et de noirs. Si ce nombre est impair, il y a 1 petit carré noir de plus. La plus grande aire noire est donc obtenue lorsque ce nombre est impair et qu'il est le plus petit (l'aire du petit carré noir de plus est alors la plus grande).

14. Réponse **C.** Chaque jour où elle regarde la télé, la sorcière mange 5 crapauds de plus. Si elle n'avait jamais regardé la télé, elle aurait mangé 9×5, soit 45 crapauds. Or elle en a mangé 15 de plus ($60-45$). Elle a donc regardé 3 fois la télé.

15. Réponse **A.** Le grand triangle est aussi équilatéral (chacun de ses angles mesure 60°). Les quatre petits triangles ont des côtés mesurant 1 m. Le côté d'un des trois triangles moyens mesure deux fois le côté d'un petit, soit 2 m. Et le côté du grand triangle mesure $1+2+2$ soit 5 m. Son périmètre vaut donc 3×5, soit 15 m.

16. Réponse **C.** Après les transformations du magicien, il y a 6 chiens de moins, 5 souris de plus, et 1 chat $(6-5)$ de plus. Il y a alors 10 chiens, 10 chats et 10 souris $(30 \div 3 = 10)$. Il y avait donc 9 chats au départ (et il y avait aussi 16 chiens et 5 souris).

17. Réponse **B.** La dernière tour dessinée, de 3 étages (et 2 planchers), est construite avec $1+2+3+4+5$, soit 15 blocs.
Un autre étage et un autre plancher nécessitent $6+7$ blocs et cette tour de 4 étages utilisera 28 blocs. Sa hauteur (4 étages et 3 planchers) sera, en cm, de $(4 \times 2) + (3 \times 1)$, soit 11.

18. Réponse **C.** Les 2 perles noires du deuxième équilibre peuvent être remplacées par 2 perles blanches et 6 g (d'après le premier équilibre). Donc 3 perles blanches équilibrent $30-6$, soit 24 g.
Chaque perle blanche pèse donc 8 g. Et chaque perle noire $\frac{8+8+6}{2}$, soit 11g. Les 7 perles pèsent donc $4 \times 11 + 3 \times 8$, soit 68 g.

19. Réponse **A.** Si Bob ne porte pas de chapeau, alors Clément en porte un ; et Alex en porte un aussi (car si Alex n'en portait pas, Bob en porterait un).

20. Réponse **D.** Le patron de cube cherché est celui dont les arêtes contenant les deux extrémités de la ligne se recollent. Le seul patron de cube où cela a lieu est le D.

21. Réponse **B.** Chacun des 8 enfants étant sur 2 ou 3 photos, il y a entre 16 et 24 enfants visibles sur toutes les photos. Mais il y a 5 enfants sur chaque photo, donc le nombre d'enfants visibles sur toutes les photos est 20 (qui est le seul multiple de 5 entre 16 et 24). $20 \div 5 = 4$.
Kanga a donc pris 4 photos.

22. Réponse **C.** On ne voit aucune des extrémités du mètre pliant. Ces deux extrémités peuvent être jointes :
- soit en un seul « point », lui-même, comme toute autre jonction, pouvant être ou non à la jonction de deux morceaux ; à chacune des jonctions aboutit alors 2 ou 4 morceaux (c'est le cas de la figure B) ;
- soit à deux jonctions différentes, et il y a alors 2 jonctions où aboutissent 3 morceaux (c'est le cas des figures A, D et E).
On ne peut pas faire la figure C avec le mètre pliant car il y a 4 jonctions où aboutissent 3 morceaux.

23. Réponse **D.** En regardant ce qui reste de la pyramide de Lola, on voit que Jade a fait tomber la boîte marquée 3 sur la première ligne (la ligne du bas), les boîtes 8 et 2 sur la deuxième ligne, la boîte 3 sur la troisième ligne, la boîte 4 sur la quatrième ligne et la quinzième boîte (qui doit être au sommet de la pyramide, au-dessus de 9 et 4). Cette quinzième boîte est donc marquée $25-(3+8+2+3+4)$, soit 5.
Et le score de Lola est donc $5+9+4+8$, soit 26.

24. Réponse **D.** Le cube 4×4×4 a 64 cubes 1×1×1 dont 8 n'ont aucune face visible (formant un cube 2×2 intérieur), 6×4 ont 1 face visible (aux centres des faces), 12×2 ont 2 faces visibles (sur les arêtes du grand cube) et 8 ont 3 faces visibles (aux sommets du grand cube). Cela fait $24+(24\times 2)+(8\times 3)$, soit 96 faces de cubes 1×1×1 visibles. (On retrouve bien 4×4 soit 16 faces de petits cubes sur chacune des 6 faces du grand cube, $96=6\times 16$.)
La surface extérieure est aussi blanche que possible en plaçant les 32 cubes blancs avec le maximum de faces visibles, soit 8 cubes blancs à 3 faces visibles et 24 cubes blancs à 2 faces visibles ; ce qui fait 72 faces de cubes 1×1×1 blanches. La fraction de surface blanche du grand cube de Mathis est donc $\frac{72}{96}$, soit $\frac{3}{4}$.

25. Réponse **3.** La machine a deux modes de fonctionnement, l'un augmente le nombre de jetons de 3 et l'autre de 2 seulement. Après 11 échanges, le nombre de jetons a augmenté de $31-4$ soit 27. Comme $27=(11\times 2)+5$, c'est que, pour 5 échanges, le nombre a augmenté de 3 (et donc, pour $11-5$, soit 6 échanges, le nombre a augmenté de 2 seulement). Ce qui donne les nombres finaux de jetons :
- blancs, $4-5+6\times 3=17$;
- rouges, $0+5\times 4-6=14$.
Et la différence entre les nombres de jetons est $17-14$, soit 3.

26. Réponse **2.** Puisqu'on trouve le même nombre total de passagers dans trois quelconques wagons consécutifs, alors le nombre de passagers dans les wagons 1, 2 et 3 est le même que dans les wagons 2, 3 et 4. Et donc, les nombres de passagers dans les wagons 1 et 4 sont égaux.
Avec le même raisonnement, et en appelant x, y et z les nombres de passagers dans les trois premiers wagons, on a comme nombres successifs dans les 11 wagons : $x, y, z, x, y, z, x, y, z, x, y$.
Avec 66 passagers au total et $x+y+z=17$, on obtient $(3\times 17)+x+y=66$.
Ce qui donne $x+y=66-51=15$ et $z=17-15=2$ qui est le nombre de passagers dans le sixième wagon.