KANGOUROU DES MATHÉMATIQUES
12 rue de l'épée de bois, 75005 Paris (ouvert au public)
Tél. : 01 43 31 40 30
www.mathkang.org

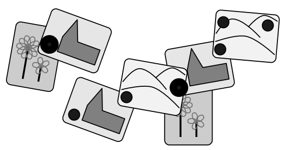
Le jeu-concours Kangourou, créé en 1990 en France, a lieu tous les ans au mois de mars. 6 millions de jeunes y participent maintenant et réfléchissent aux questions élaborées par des professeurs d'une soixantaine de pays. C'est l'événement phare du Kangourou des mathématiques qui œuvre pour une large diffusion de la culture, en particulier avec la distribution massive de livres, brochures, outils, jeux, films et logiciels pour voir, lire, faire et apprendre, agréablement, des mathématiques.

Kangourou 2016 - Corrigé du sujet « B »

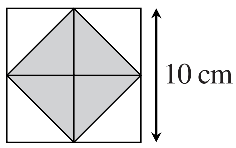
1. Réponse **A.** Le panneau A a deux axes de symétries perpendiculaires. Les panneaux C et E n'en ont qu'un. Et B et D n'en ont pas.

2. Réponse **E.** Après découpe, il y a 4×3 soit 12 parts. Une part représente un douzième de la pizza entière.

3. Réponse **C.** On ne peut pas retirer les 2 aimants représentés en gros sur le dessin ci-contre, sans faire tomber de carte.
Ces 2 aimants tiennent 5 des 7 cartes et il faut garder deux autres aimants pour tenir les 2 autres cartes. On devra donc garder 4 aimants et on peut en enlever 3 au maximum.



4. Réponse **E.** La figure montre le grand carré découpé en quatre. Et comme tout carré est divisé en deux par sa diagonale, l'aire du carré gris est égale à la moitié de celle du grand carré. L'aire du grand valant 10×10 soit 100 cm^2, celle du carré gris vaut 50 cm^2.



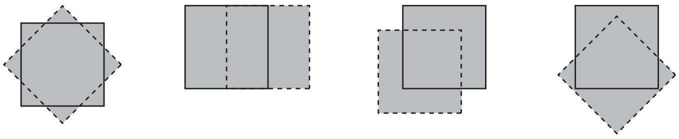
5. Réponse **D.** Le *centipède* a 25 paires de chaussures, soit 50 chaussures. Pour en avoir une à chacun de ses 100 pieds, il lui en manque 50.

6. Réponse **B.** D'après le patron de la boîte, la face D sera opposée à la A et la face E opposée à la C. Si la boîte est ouverte, la face B sera donc sur la table.

7. Réponse **C.** Béa et Pia se font face : l'une a l'oreille droite sur l'oreiller et l'autre la gauche. Marie et Karine se tournent le dos : l'une a l'oreille droite sur l'oreiller et l'autre la gauche. Deux filles ont donc l'oreille droite sur l'oreiller (une parmi Béa et Pia, une parmi Marie et Karine).

8. Réponse **C.** Tom a $2 \times 6 \times 2$, soit 24 cubes. La base du parallélépipède de Sam contient 6 cubes. $24 = 6 \times 4$ donc le parallélépipède de Sam aura 4 étages.

9. Réponse **A.** Voici comment obtenir les figures B, C, D et E :



La figure E rappelle que la diagonale du carré est plus longue que son côté et, donc, que la figure A est impossible.

10. Réponse **C.** Dans la semaine, elles sont 2 à travailler chacun des 5 jours de travail. Cela fait donc 10 jours de travail au total pour les trois. Si Anna travaille 3 jours et Marie 4, alors Julie travaille $10 - 3 - 4$, soit 3 jours.

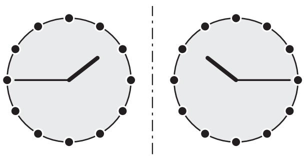
11. Réponse **C.** Voici la situation quand les premières noisettes sont attrapées (en même temps par A, C, D et E) :

Il ne reste que deux noisettes à attraper ; l'une sera pour B (sa première) qui devancera A et l'autre pour C (sa deuxième) qui devancera D.

12. Réponse **D.** La moitié des filles sont assises à côté d'un garçon et le reste ne peut être que des filles assises deux par deux. Il y a donc deux fois plus de filles que de garçons et, sur les 30 élèves, 20 sont des filles et 10 des garçons.

13. Réponse **B.** En coupant la bande en trois, on aura au moins un nombre de 4 chiffres. Pour que ce nombre de 4 chiffres soit le plus plus petit possible, on peut prendre son chiffre des milliers égal à 1 en découpant ainsi : 258+1953+764. La somme obtenue est alors 2975. Et on ne peut pas trouver de somme plus petite (les 2 seuls autres découpages en nombres de 3, 3 et 4 chiffres sont 2581+953+764 et 258+195+3764 de sommes respectives 4298 et 4217).

14. Réponse **E.** Ce qui est représenté est le reflet d'une pendule indiquant 10 h 15.
Dix minutes avant, il était 10 h 05 dont le reflet correspond à l'image E.



15. Réponse **E.** Mamie a acheté 4×12 soit 48 portions journalières de chat. Avec 6 chats, cette réserve de 48 portions durera donc 8 jours ($6 \times 8 = 48$).

16. Réponse **D.**
• Le nombre BENJAMIN étant impair, N vaut 1, 3, 5, 7 ou 9.
• $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 = 28$. La somme des chiffres du nombre BENJAMIN (qui utilisent deux fois la lettre N et une fois chacune des autres lettres) est donc $28 + \text{N}$. Et comme le nombre BENJAMIN est divisible par 3, $28 + \text{N}$ est aussi divisible par 3. N vaut donc 2, 5 ou 8. Finalement, le chiffre représenté par N ne peut être que 5.

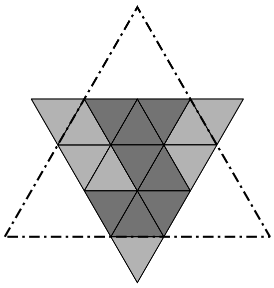
17. Réponse **B.** La somme des âges des 4 frères est égale à 3 fois l'âge des triplés plus l'âge de Jerry, soit 4 fois l'âge des triplés moins 3. Autrement dit : si on ajoute 3 à la somme des âges des 4 frères, on trouve un nombre multiple de 4. Parmi les nombres proposés pour la somme, seul 53 convient : on a $53 + 3 = 56 = 4 \times 14$. Et, dans ce cas, les triplés ont 14 ans et Jerry 11 ans.

18. Réponse **C.** Au niveau de chaque petit rectangle : la partie du rectangle KLMN sur laquelle ne passe pas la ligne en trait épais mesure un quart du périmètre du petit rectangle et la partie hors de KLMN mesure trois quarts du périmètre du petit rectangle. La longueur de la ligne épaisse est donc plus longue que le périmètre de KLMN de la moitié de la somme des périmètres des trois petits rectangles, soit de 10 cm. Au total, la longueur de la ligne épaisse est de $30 + 10$ soit 40 cm.

19. Réponse **D.** Au moment de la découpe, le papier comporte 8 épaisseurs (pliées 2 à 2), donc 4 morceaux manqueront au disque. Les figures C et D sont dans ce cas, mais seule D convient car la dernière pliure est à 45° et l'angle intérieur du morceau ôté est donc de $2 \times 45°$ soit 90°.

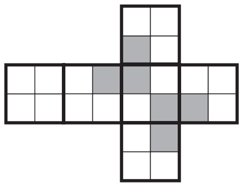
20. Réponse **B.** En passant d'une table rectangulaire à 6 chaises à deux tables carrées à 2 fois 4 chaises, on augmente le nombre de chaises de 2.
Or, pour passer de tables toutes rectangulaires à des tables toutes carrées, on utiliserait $4+6$, soit 10 chaises de plus.
Mais si utiliser 2 chaises de plus c'est avoir 2 tables carrés alors utiliser 10 chaises de plus c'est avoir 10 tables carrées.
Vérification : avec 10 tables données par Giacomo, il y a 4×10 soit 40 places si les tables sont utilisées séparées et 5×6, soit 30 places si les tables sont groupées par deux. Cela correspond bien à la situation avec 34 chaises données par Giacomo.

21. Réponse **B.** Le grand triangle aura des côtés parallèles aux côtés des petits triangles. Il y a deux orientations possibles pour le grand triangle. Le triangle le plus petit a la pointe vers le bas et est obtenu comme montré ci-contre (les côtés du grand triangle sont alignés avec des côtés de petits triangles, en gris foncé, déjà posés). Les petits triangles ajoutés, en gris clair, sont alors au nombre de 8.



22. Réponse **A.** Les dates du XXI^e siècle vont du 01/01/2001 au 31/12/2100. Seules les années commençant par « 20 » pourraient donner des dates *surprenantes* (il y a deux « 0 » dans 2100). Or les numéros des dix premiers mois ont déjà un « 0 », celui de novembre a deux « 1 » et celui de décembre a déjà un « 2 ». Aucune date du XXI^e siècle ne pourra donc être *surprenante*.

23. Réponse **E.** Le chiffre des centaines du deuxième nombre est le double du chiffre des unités du premier nombre : il ne peut donc être que pair. Et il ne peut pas être égal à 0 car tous les chiffres utilisés doivent être différents. C'est donc 2, 4, 6 ou 8.
Si c'est 2, alors, la somme minimale qu'on peut obtenir est donnée par 301 + 245 ou 341 + 205, c'est 546.
Si c'est 4, alors, la somme minimale qu'on peut obtenir est donnée par 102 + 435 ou 132 + 405, c'est 537.
Si c'est 6 ou 8, les sommes dépassent 600.
La plus petite valeur cherchée est donc 537.



24. Réponse **D.** Pour chaque petit cube noir, il y aura 3 carrés noirs sur trois faces différentes du gros cube. Donc le nombre de carrés noirs sur les six faces est multiple de 3. Comme il y a 6 carrés noirs sur les cinq faces connues, la sixième face ne pourrait être que D ou E.
Or E est impossible car aucune autre face n'a deux carrés noirs qui se touchent. Et D est bien la sixième face du gros cube comme montré par le patron dessiné ci-dessus.

25. Réponse **8.**
• On peut obtenir 0 comme produit (avec par exemple les nombres $0+1+2+3+14$).
• Pour des produits différents de 0, il ne faut pas prendre 0 et donc trouver toutes les possibilités d'obtenir 20 comme somme de 5 nombres différents, pris parmi les nombres de 1 à 20. Cherchons ces quintuplets en commençant par prendre des nombres les plus petits possibles :
$1 + 2 + 3 + 4 + 10$.
$1 + 2 + 3 + 5 + 9$.
$1 + 2 + 3 + 6 + 8$ (et il n'y a pas d'autre possibilité avec 1, 2 et 3).
$1 + 2 + 4 + 5 + 8$.
$1 + 2 + 4 + 6 + 7$ (et il n'y a pas d'autre possibilité avec 1, 2 et 4).
Avec 1, 2 et 5, il n'y a aucune possibilité et c'en est fini avec 1 et 2.
$1 + 3 + 4 + 5 + 7$ est la seule possibilité avec 1 et 3 (sans 2).
Avec 1 (et sans 2 ni 3), il n'y a aucune possibilité (toute somme serait supérieure ou égale à 23, somme de 1, 4, 5, 6 et 7).
$2 + 3 + 4 + 5 + 6$ est alors la seule possibilité restante.
Et il y a donc 7 façons de choisir les cinq nombres, donnant 7 produits différents.
Avec le produit nul, cela fait 8 produits différents.

26. Réponse **4.** $2016 = 56 \times 36$ donc chacun des 56 petits carrés a une aire de 36 et un côté de 6. Les rectangles possibles auront donc des côtés mesurés par des entiers (l'énoncé aurait pu ne pas le préciser) et leur nombre correspond aux rectangles différents faits avec 56 carrés identiques. 56 a huit diviseurs : $56 = 1 \times 56 = 2 \times 28 = 4 \times 14 = 7 \times 8$.
Il y a donc 4 rectangles différents possibles.