Amérique du Nord 31 Mai 2023

CORRIGÉ DE L'ÉPREUVE DU BREVET DES COLLèGES

EXERCICE 1 **20 points**

Situation 1

$780 = 2 \times 390 = 2 \times 2 \times 195 = 2^2 \times 5 \times 39 = 2^2 \times 5 \times 3 \times 13 = 2^2 \times 3 \times 5 \times 13$.

Situation 2

a) On tire une carte au hasard, on est donc dans une situation d'équiprobabilité.

$P(\text{« 8 de pique »}) = \dfrac{\text{nombre d'issues favorables}}{\text{nombre total d'issues}} = \dfrac{1}{32}$

b) Il y a 4 rois et 8 cœurs dans ce jeu, donc au total 11 issues favorables car on ne compte pas deux fois le roi de cœur.

$P(\text{« roi ou cœur »}) = \dfrac{\text{nombre d'issues favorables}}{\text{nombre total d'issues}} = \dfrac{11}{32}$.

Situation 3

$A = (2x+5)(3x-4) = 6x^2 - 8x + 15x - 20 = 6x^2 + 7x - 20$.

Situation 4

a) Le solide est un prisme droit dont les bases sont des triangles rectangles.

On calcule l'aire de chacun de ces triangles :

$A_{base} = \dfrac{60 \times 80}{2} = 2\,400 \text{ cm}^2$

On en déduit le volume du prisme droit :

$V_{prisme} = 2400 \times 120 = 288\,000 \text{ cm}^3$.

b) $288\,000 \text{ cm}^3 = 288 \text{ dm}^3 = 288 \text{ L}$

Le volume est donc de 288 L.

Situation 5

Le polygone 2 est un agrandissement du polygone 1.
Le coefficient d'agrandissement est 3 donc l'aire du polygone 1 est multipliée par 3^2 donc par 9. On a ainsi :
$A_{\text{polygone 2}} = 9 \times A_{\text{polygone 1}} = 9 \times 11 = 99$.
L'aire du polygone 2 est donc 99 cm^2.

EXERCICE 2 **22 points**

1. $AN^2 = 13^2 = 169$.

   $LN^2 + AL^2 = 5^2 + 12^2 = 25 + 144 = 169$

   donc $AN^2 = LN^2 + AL^2$.

   D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle LNA est bien rectangle en L.

2. D'après la question précédente, $(AL) \perp (LN)$.

   D'après le codage de l'énoncé, $(HO) \perp (LN)$.

   Donc les droites (AL) et (HO) perpendiculaires à une même droite, sont parallèles. D'autre part

   Les points N, H, A et N, O, L sont alignés.

   Les droites (AL) et (HO) sont parallèles.

   D'après le théorème de Thalès

   $\dfrac{NO}{NL} = \dfrac{NH}{NA} = \dfrac{OH}{AL}$ soit $\dfrac{3}{5} = \dfrac{NH}{13} = \dfrac{OH}{12} = \dfrac{3}{5} = \dfrac{6}{10}$, d'où $OH = \dfrac{12 \times 6}{10} = \dfrac{72}{10} = 7,2$ (cm).

3. Dans le triangle LNA rectangle en L, $\cos(\widehat{LNA}) = \dfrac{\text{côté adjacent}}{\text{hypoténuse}} = \dfrac{LN}{AN} = \dfrac{5}{13}$.

   La calculatrice donne avec la fonction inverse de la fonction cosinus : $\widehat{LNA} \approx 67°$.

4. L'angle $\widehat{LNA}$ est un angle commun aux deux triangles.

   $\widehat{HON} = \widehat{ALN} = 90$ degrés.

   Donc les triangles LNA et OHN ont deux paires d'angles de même mesures, donc ils sont semblables.

5. **a.** On calcule les différentes aires :

   $A_{LNA} = \dfrac{5 \times 12}{2} = 30$ (cm^2).

   $A_{OHN} = \dfrac{3 \times 7,2}{2} = 10,8$ (cm^2).

   $A_{LOHA} = A_{LNA} - A_{OHN} = 19,2$ (cm^2).

   b. $\dfrac{A_{LOHA}}{A_{LAN}} = \dfrac{19,2}{30} = 0,64 = \dfrac{64}{100}$.

   La proportion est donc $\dfrac{64}{100}$.

EXERCICE 3 **20 points**

PARTIE A

1. **a.** Le nombre de visiteurs en 2010 est 300 000.

   b. Le nombre de visiteurs a été le plus élevé en 2019.

2. Une augmentation de 15% revient à un nombre de visiteurs égal à :

   $V_{\text{finale}} = \left(1 + \dfrac{15}{100}\right) \times V_{\text{initiale}} = 1,15 \times 187\,216 = 215\,298{,}4.$

   Or cette valeur est inférieure à la valeur 219 042 atteinte en 2021.

   Donc l'objectif du maire a bien été atteint.

PARTIE B

3. L'étendue de cette série vaut : $Max. - Min. = 500 - 60 = 440$. Soit 440 euros.

4. On calcule la moyenne de la série :

   $\dfrac{60 \times 1\,200 + 80 \times 1\,350 + 85 \times 1\,000 + 90 \times 1\,100 + 110 \times 1\,200 + 120 \times 1\,300 + 350 \times 900 + 500 \times 300}{8\,350}$

   $\approx 134.$

   La moyenne des prix facturés pour une nuit est donc de 134 euros.

5. Il y a 8 350 nuits au total.

   Or, $\dfrac{8\,350}{2} = 4\,175$. On calcule les effectifs cumulés, jusqu'à la valeur 90 euros incluse (dernière valeur inférieure à 100) : $1\,200 + 1\,350 + 1\,000 + 1\,100 = 4\,650$.

   4 650 > 4 175 donc l'affirmation de l'association est vraie.

   OU

   On cherche la médiane de la série. Il y a 8 350 nuits au total.

   Or, $\dfrac{8\ 350}{2} = 4\ 175$. La médiane de la série est donc entre la 4 175-ième et la 4 176-ième valeur. Par lecture dans le tableau, on trouve que la médiane vaut 90 euros. Donc la moitié des valeurs de la série sont inférieures ou égales à 90, donc l'affirmation de l'association est vraie.

EXERCICE 4 **20 points**

1. **a.** Programme de construction :

   – avec la règle graduée, tracer le segment $[KL]$, de longueur 7 cm. $(35 : 5 = 7)$.

   – avec le rapporteur, tracer l'angle de sommet L.

   – avec la règle graduée, placer le point M à 4 cm du point L.

   – tracer la parallèle à (KL), passant par M.

   – reporter la longueur KL et placer le point N sur cette parallèle.

   – tracer $[NK]$.

   b. *ligne 4* : 35

   ligne 5 : 60

   ligne 6 : 20

   ligne 7 : 120

2. a. On complète la *ligne 2* par la valeur 5.

   b. Le motif comporte 5 pétales et on effectue une rotation de 360 degrés. Or 360 : 5 = 72. Donc après avoir tracé chaque pétale, on tourne de 72 degrés.

   c. Il y a maintenant 12 pétales.
   Or, 360 : 12 = 30. On modifie donc les lignes comme suit :
   ligne 2 : répéter 12 fois
   ligne 4 : tourner de 30 degrés

EXERCICE 5 — 18 points

1. Les deux demi cercles forment un cercle complet. On calcule le périmètre de ce cercle.

   $P_{\text{cercle}} = 2 \times \pi \times 40 \simeq 251$ m.

   On ajoute les longueurs des deux segments. Le périmètre total vaut donc :

   $850 \times 2 + 251 \approx 1\,951$ m.

2. a. 2 min 9 s = 129 s. La vitesse moyenne est donc :
   $v_{\text{moyenne}} = \dfrac{\text{distance}}{\text{temps}} \approx \dfrac{1\,951}{129} \approx 15$ (m/s).

   b. 15m = 0,015 km. Et 1 h = 3 600 s donc la vitesse en km/h est :
   $v_{\text{moyenne}} = 0,015 \times 3\,600 = 54$. Soit environ 54 (km/h).

3. On calcule le nombre de sacs nécessaires, puis le montant à payer pour chaque marque.

   – Marque A :

   73 027 : 500 ≃ 146, 1. On a donc besoin de 147 sacs.

   Le coût est donc $147 \times 141,95 = 20\,866,65$ euros.

   – Marque B :

   73 027 : 400 ≈ 182, 6. On a donc besoin de 183 sacs.

   Le coût est donc $183 \times 87,9 = 16\,085,70$ euros.

   – Marque C :

   73 027 : 300 ≃ 243, 4. On a donc besoin de 244 sacs.

   Le coût est donc $244 \times 66,5 = 16\,226$ euros.

   Le tarif le moins cher est donc le tarif B.