BREVET BLANC n°2, correction

Epreuve de Mathématiques

Série générale

Mars 2024

Durée de l'épreuve : 2 heures

Ce sujet comporte 7 pages

L'utilisation de la calculatrice est **autorisée**.
L'usage du dictionnaire **n'est pas autorisé.**

Compétences	Très bonne maîtrise	Maîtrise satisfaisante	Maîtrise fragile	Maîtrise insuffisante	Non abordée
Chercher					
Modéliser					
Représenter					
Raisonner					
Calculer					
Communiquer					

Indications portant sur l'ensemble du sujet :
Toutes les réponses doivent être **justifiées**, sauf si une indication contraire est donnée.
Pour chaque question, si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche ; elle sera prise en compte dans la notation.

Repère de l'épreuve : DNB2GENMAT0328

Exercice 1 : QCM (18 points)

Cet exercice, en deux parties, est un questionnaire à choix multiples (QCM). Pour chaque question, parmi les réponses proposées, une seule est exacte. Recopier le numéro de la question et indiquer la réponse choisie.

Aucune justification n'est attendue ici

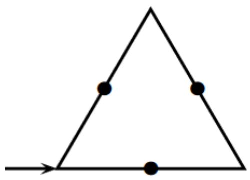
Partie A

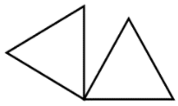
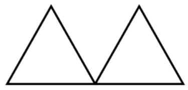
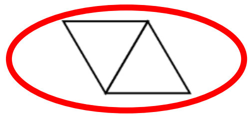
Dans cette partie, on s'intéresse au programme ci-dessous, composé d'un bloc « triangle équilatéral » et d'un script principal :

Bloc « triangle équilatéral »

Script principal

On rappelle que l'instruction « s'orienter à 90 » signifie s'orienter vers la droite dans le sens des aiguilles d'une montre

N°	Questions	Réponse A	Réponse B	Réponse C
Q1	On souhaite construire le triangle équilatéral ci-dessous. Le stylo est orienté à 90° au départ comme ci-dessous.  Départ Compléter le script du bloc « triangle équilatéral » avec la valeur qui convient.	~~60°~~	~~100°~~	120°

Q2	Parmi les trois figures, la- quelle est obtenue avec le script principal ?			
Q3	Quel polygone obtient-on si on remplace dans le script principal, la boucle « répéter 2 fois » par une boucle « répéter 6 fois » ?	Un parallélogramme	Un hexagone	Un losange

Partie B (Recopier le numéro de la question et indiquer la réponse choisie comme la partie A)

N°	**Questions**	**Réponse A**	**Réponse B**	**Réponse C**
Q4	$\left(\frac{2}{3}-\frac{1}{3}\times\frac{7}{5}\right)\div\frac{4}{3}=$	$\frac{3}{15}\times\frac{4}{3}$	$\left(\frac{1}{3}\times\frac{7}{5}\right)\div\frac{4}{3}$	$\frac{3}{15}\times\frac{3}{4}$
Q5	L'écriture scientifique de $302,4\times10^{18}$ est :	~~$3,024\times10^{16}$~~	$3,024\times10^{20}$	~~$0,3024\times10^{21}$~~
Q6	On donne ci-dessous la masse de 8 biscuits différents : 12 g; 10 g; 18 g; 8 g; 12 g; 15 g; 11 g; 13 g Suite à une erreur de mesure, le biscuit pesant 18g pèse en fait 16 g. Une fois cette erreur corrigée, la valeur de la médiane sera :	Plus petite.	La même.	Plus grande.

Exercice 2 : Affirmations (20 points)

Lors d'un cours de mathématiques un professeur a noté des réponses d'élèves.
Vérifier si les affirmations des élèves sont vraies ou fausses **en justifiant** avec des calculs et des explications.

AFFIRMATION 1

L'enseignant donne le calcul suivant : $\frac{-7}{5}+\frac{6}{5}\times\frac{4}{7}$

Un élève affirme que l'on obtient la fraction irréductible $\frac{-4}{35}$. A-t-il raison ?

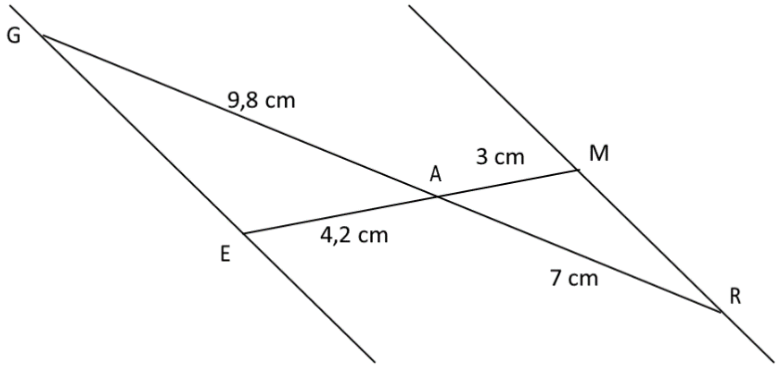
La réponse doit être justifiée.

$$\frac{-7}{5}+\frac{6}{5}\times\frac{4}{7}=\frac{-7}{5}+\frac{6\times4}{5\times7}=\frac{-7}{5}+\frac{24}{35}=\frac{-7\times7}{5\times7}+\frac{24}{35}=\frac{-49+24}{35}=-\frac{25}{35}=-\frac{5\times5}{7\times5}=-\frac{5}{7}$$

L'élève n'a pas raison.

AFFIRMATION 2

Sur la figure ci-contre, qui n'est pas à l'échelle, les points G, A et R sont alignés et les points E, A et M sont alignés.



Un élève affirme que les droites (GE) et (MR) sont parallèles. A-t-il raison ?

La réponse doit être justifiée.

Les points G, A, R et E, A, M sont alignés dans le même ordre.

$\frac{GA}{AR} = \frac{9,8}{7} = \frac{7}{5} = 1,4$

$\frac{EA}{AM} = \frac{4,2}{3} = \frac{7}{5} = 1,4$

L'égalité de Thalès est vérifiée, on a bien $\frac{GA}{AR} = \frac{EA}{AM} = \frac{GE}{MR}$.

D'après la réciproque du théorème de Thalès, on peut donc dire que les droites (GE) et (MR) sont parallèles.

AFFIRMATION 3

Un élève affirme que la décomposition en produit de facteurs premiers de 126 est :

$2 \times 7 \times 9$. A-t-il raison ?

La réponse doit être justifiée.

L'élève a tort, car 9 n'est pas un nombre premier.

AFFIRMATION 4

L'enseignant propose la recette de sauce de salade dont les volumes de moutarde, de vinaigre et d'huile sont dans le ratio de 1 : 3 : 7.

Un élève affirme que pour obtenir 330 mL de sauce de salade, il faut utiliser 210 mL d'huile. A-t-il raison ? ***La réponse doit être justifiée.***

Au total, il y a 1+3+7= 11 volumes.

On veut fabriquer 330 mL, soit 330 volumes. C'est une situation de proportionnalité.

$330 \div 11 = 30$ Il faut donc 30 fois plus de chacun de ces éléments.

Total	Moutarde	Vinaigre	Huile
11 volumes	1	3	7
330 volumes	1 x 30 = 30	3 x 30 = 90	7 x 30 = 210

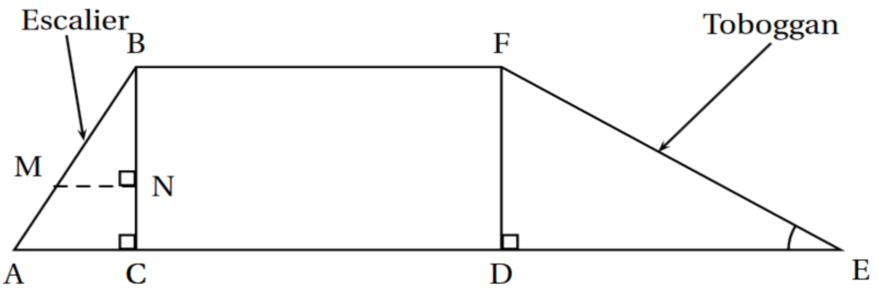
L'élève a raison, il faut bien 210 mL d'huile avec ce ratio.

Exercice 3 : Pythagore et Thalès (24 points)

Les trois parties de cet exercice sont indépendantes et peuvent être traitées séparément.

Une famille souhaite installer dans son jardin une cabane.

La partie inférieure de cette cabane est modélisée par le rectangle BCDF :



On précise que :

- AB = 1,3 m;
- AC = 0,5 m;
- BC = DF = 1,2 m;
- DE = 2,04 m;
- Les triangles ABC, BMN et FDE sont rectangles.

Partie A : Étude du toboggan

Montrer que la rampe du toboggan, EF, mesure environ 2,37 m.

Dans le triangle DEF rectangle en D le théorème de Pythagore donne :

$EF^2 = ED^2 + DF^2 = 1,2^2 + 2,04^2 = 5,6016$

Ainsi : EF = $\sqrt{5.6016}$ ≈ **2,366 ≈ 2, 37** au centième près.

Partie B : Étude de l'échelle

Pour consolider l'échelle, on souhaite ajouter une poutre supplémentaire [MN], comme indiqué sur le modèle.

1. Démontrer que les droites (AC) et (MN) sont parallèles.

On sait que (MN) et (AC) sont perpendiculaires à (BC), or, lorsque deux droites sont perpendiculaires à une même droite, elles sont parallèles, on en déduit que (MN) et (AC) sont parallèles.

2. On positionne cette poutre [MN] telle que BN = 0,84 m. Calculer sa longueur MN.

Sachant que d'une part B, M, A et B, N, C sont alignés, et que d'autre part (MN) et (AC) sont parallèles ainsi d'après le théorème de Thalès :

$\frac{BN}{BC} = \frac{MN}{AC}$, soit $\frac{0,84}{1,2} = \frac{MN}{0,5}$

d'où $MN = 0,5\ x\ \frac{0,84}{1,2} = \mathbf{0,35\ m}$

Partie C : Étude du bac à sable

Un bac à sable est installé sous la cabane. Il s'agit d'un pavé droit dont les dimensions sont :

• Longueur : 200 cm • Largeur : 180 cm • Hauteur : 20 cm

3. Calculer le volume de ce bac à sable en cm^3.

On a V = 200 × 180 × 20 = **720 000 cm^3**

5. On admet que le volume du bac à sable est de 0,72 m^3.
On remplit entièrement ce bac avec un mélange de sable à maçonner et de sable fin dans le ratio 3 : 2. Vérifier que le volume nécessaire de sable à maçonner est de
0,432 m^3 et que celui de sable fin est de 0,288 m^3.

$0{,}72\ x\ \frac{3}{5} = 0{,}72\ x\ 0{,}6 =$ **0,432 cm^3**

Par différence ou en calculant les $\frac{3}{5}$ du volume total, le volume du sable fin est :

$0{,}72 - 0{,}432 =$ **0,288 m^3**

Ou

$0{,}72\ x\ \frac{2}{5} = 0{,}72\ x\ 0{,}4 =$ **0,288 m^3**

6. Un magasin propose à l'achat le sable à maçonner et le sable fin, vendus en sac. D'après les indications ci-dessous, quel est le coût total du sable nécessaire pour remplir entièrement ce bac à sable sachant qu'on ne peut acheter que des sacs entiers ?

On a $\frac{0{,}432}{0{,}022} \approx$ **19,6** : il faut donc acheter **20 sacs** de sable à maçonner et comme
$\frac{0{,}288}{0{,}016}$ = **18** : il faut donc acheter **18 sacs** de sable fin.
Le coût d'achat du sable est donc :
20 × 2,95 + 18 × 5,95 = 59 + 107,10 = **166, 10 €**

Exercice 4 : Probabilités et arithmétique (20 points)

Des élèves organisent, pour leur classe, un jeu au cours duquel il est possible de gagner des lots. Pour cela, ils placent dans une urne trois boules noires numérotées de 1 à 3, et quatre boules rouges numérotées de 1 à 4, toutes indiscernables au toucher.

Partie A : étude du jeu

1. On pioche au hasard une boule dans l'urne.

a. Quelle est la probabilité de tirer une boule rouge ?

Au total, il y a 7 boules dans l'urne. C'est une situation d'équiprobabilité car toutes les boules sont indiscernables au toucher.

P(boule rouge) = $\frac{4}{7}$ Il y a 4 chances sur 7 d'avoir une boule rouge.

b. Quelle est la probabilité de tirer une boule dont le numéro est un nombre pair ?

Les numéros présents sur les boules sont : 1 ; 2 ; 3 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4. C'est une situation d'équiprobabilité car toutes les boules sont indiscernables au toucher.
P(nombre pair) = $\frac{3}{7}$ Il y a 3 chances sur 7 d'avoir un nombre pair.

2. Le jeu consiste à piocher, dans l'urne, une première boule, la remettre dans l'urne puis en piocher une seconde.

Pour chacune des boules tirées, on note la couleur ainsi que le numéro.

Pour gagner un lot, il faut tirer la boule rouge numérotée 1 et une boule noire. Quelle est la probabilité de gagner ? (*Aide : arbre de probabilités ou tableau à double entrée*)

On note respectivement les boules rouges numérotées R_1 R_2, R_3, R_4 et les boules noires N_1, N_2, N_3.

Les issues qui réalisent « Gagner un lot » sont indiquées dans le tableau suivant :

Tirage 1 / Tirage 2	R_1	R_2	R_3	R_4	N_1	N_2	N_3
R_1	$(R_1;R_1)$	$(R_2;R_1)$	$(R_3;R_1)$	$(R_4;R_1)$	$(N_1;R_1)$	$(N_2;R_1)$	$(N_3;R_1)$
R_2	$(R_1;R_2)$	$(R_2;R_2)$	$(R_3;R_2)$	$(R_4;R_2)$	$(N_1;R_2)$	$(N_2;R_2)$	$(N_3;R_2)$
R_3	$(R_1;R_3)$	$(R_2;R_3)$	$(R_3;R_3)$	$(R_4;R_3)$	$(N_1;R_3)$	$(N_2;R_3)$	$(N_3;R_3)$
R_4	$(R_1;R_4)$	$(R_2;R_4)$	$(R_3;R_4)$	$(R_4;R_4)$	$(N_1;R_4)$	$(N_2;R_4)$	$(N_3;R_4)$
N_1	$(R_1;N_1)$	$(R_2;N_1)$	$(R_3;N_1)$	$(R_4;N_1)$	$(N_1;N_1)$	$(N_2;N_1)$	$(N_3;N_1)$
N_2	$(R_1;N_2)$	$(R_2;N_2)$	$(R_3;N_2)$	$(R_4;N_2)$	$(N_1;N_2)$	$(N_2;N_2)$	$(N_3;N_2)$
N_3	$(R_1;N_3)$	$(R_2;N_3)$	$(R_3;N_3)$	$(R_4;N_3)$	$(N_1;N_3)$	$(N_2;N_3)$	$(N_3;N_3)$

Il était aussi possible de réaliser un arbre des probabilités avec 7 branches au départ puis 7 branches pour chaque premier nœud.

Il y a 6 chances sur 49 d'obtenir une boule rouge numérotée 1 et une boule noire.

Partie B : constitution des lots

Pour constituer les lots, on dispose de 195 figurines et 234 autocollants. Chaque lot sera composé de figurines ainsi que d'autocollants.

Tous les lots sont identiques.

Toutes les figurines et tous les autocollants doivent être utilisés.

1. Peut-on faire 3 lots ?

195 : 1 + 9 + 5 = 15 = 3 x 5, 195 est divisible par 3.

234 : 2 + 3 + 4 = 9 = 3 x 3, 234 est divisible par 3.

Les deux nombres étant divisibles par 3, on peut donc faire 3 lots.

2. Décomposer 195 en produit de facteurs premiers.

$195 = 3 \times 5 \times 13$

3. Sachant que la décomposition en produit de facteurs premiers de 234 est : 2 × 32 × 13

a. Combien de lots peut-on constituer au maximum ?

Cela revient à trouver le plus grand diviseurs commun (PGCD). 13 est le seul multiple commun, on peut donc réaliser au maximum 13 lots.

b. De combien de figurines et d'autocollants sera alors composé chaque lot ?

195 : 13 = 15

234 : 13 = 18

Donc, dans chacun de ces 13 lots, il y aura 15 figurines et 18 autocollants.

Exercice 5 : Statistiques (18 points)

Lors des Jeux paralympiques de 2021, les médias ont proposé un classement des pays en fonction de la répartition des médailles obtenues. Voici le classement obtenu pour les 15 premiers pays :

	A	B	C	D	E	F
1	Nations	Classement	Or	Argent	Bronze	Total
2	Chine	1	96	60	51	207
3	Grande-Bretagne	2	41	38	45	124
4	États-Unis	3	37	36	31	104
5	Comité paralympique Russe	4	36	33	49	118
6	Pays-Bas	5	25	17	17	59
7	Ukraine	6	24	47	27	98
8	Brésil	7	22	20	30	72
9	Australie	8	21	29	30	80
10	Italie	9	14	29		69
11	Azerbaïdjan	10	14	1	4	19
12	Japon	11	13	15	23	51
13	Allemagne	12	13	12	18	43
14	Iran	13	12	11	1	24
15	France	14	11	15	28	54
16	Espagne	15	9	15	12	36

1. Combien de médailles d'argent l'Australie a-t-elle obtenues ?

   L'Australie a obtenu 29 médailles d'argent.

2. Calculer le nombre de médailles de bronze obtenues par l'Italie

   On a 69−29−14 = 40−14 = 26. L'Italie a obtenu 26 médailles de bronze.

3. Quelle formule a pu être saisie en F2 avant d'être étirée vers le bas ?

La formule à insérer est : = somme(C2 : E2) ou = C2 + C3……..+ E2

4. Pour chacune des deux affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse.

On rappelle que les réponses doivent être **justifiées**.

Affirmation 1 :

« 20 % des médailles obtenues par l'équipe de France sont en or. »

Le pourcentage est : 11/54 ×100 ≈ 20,4 soit à l'unité près 20 %.

L'affirmation 1 est donc vraie à l'arrondi près.

Affirmation 2 :

« La médiane du nombre de médailles d'argent obtenues par ces 15 pays est 29. »

On réordonne dans l'ordre croissant la série du nombre de médailles d'argent.

1 ; 11 ; 12 ; 15 ; 15 ; 15 ; 17 ; 20 ; 29 ; 29 ; 33 ; 36 ; 38 ; 47 ; 60

Or 15 : 2=7,5. La médiane est donc la 8ème valeur c'est-à-dire 20.

Le nombre médian de médailles d'argent obtenues par ces 15 pays est 20.

L'affirmation 2 est fausse.

5. Aux Jeux paralympiques de Rio en 2016, la prime pour une médaille d'or française était de 50 000 euros. Pour ceux de Tokyo en 2021, cette prime était de 65 000 euros.

Quel est le pourcentage d'augmentation de cette prime entre 2016 et 2021 ?

On calcule 65 000 /50 000 = 1,30. La prime a augmenté de 30 % entre 2016 et 2021.

Autre réponse 65 000 – 50 000) : 50 000 = 0,3 = 30%