

Interrogation 2, **correction** – vendredi 13 octobre

Calculatrice autorisée

Exercice 1 – à faire sur la copie

- a. Un nombre premier est un nombre qui n'a que **deux diviseurs** (distincts) **1 et lui-même**.
- b. Entre 15 et 30, les nombres premiers sont **17 ; 19 ; 23 et 29**.
- c. 53 est un nombre premier **car il n'est divisible que par 1 et 53**. (Il n'est pas divisible par 2 car il est impair, ni 3 car la somme de ses chiffres n'est pas un multiple de 3, ni 4 car il n'est pas pair, ni par 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26, 28 pour les mêmes raisons, il n'est pas divisible par 5 car son chiffre des unités est 3, ni par 15 et 25 pour les mêmes raisons, ni par 7 car $7 \times 7 = 49$ et $7 \times 8 = 56$, ni par 9, 21, 27 car il n'est pas divisible par 3, ni par 11 ($5 \times 11 = 55$), ni par 13 car $13 \times 4 = 52$, ni par 17 car $17 \times 3 = 51$, ni par 19 car $19 \times 3 = 57$, ni par 23 car $23 \times 2 = 46$).

Exercice 2 – à faire sur la copie

Répondre en justifiant la réponse. Le nombre **33 732** est ...

Divisible par **2** ? **33 732 est divisible par 2 car c'est un nombre pair.**

Divisible par **3** ? **33 732 est divisible par 3 car $3+3+7+3+2=18$ et 18 est divisible par 3 ($9 \times 3 = 18$).**

Divisible par **4** ? **33 732 est divisible par 4 car 32 est un multiple de 4 ($8 \times 4 = 32$).**

Divisible par **5** ? **33 732 n'est pas divisible par 5 car son chiffre des unités n'est ni 0 ni 5.**

Divisible par **9** ? **33 732 est divisible par 3 car $3+3+7+3+2=18$ et 18 est divisible par 9 ($9 \times 2 = 18$).**

Divisible par **10** ? **33 732 n'est pas divisible par 10 car son chiffre des unités n'est pas 0.**

Exercice 3 – à faire sur la copie, des réponses détaillées sont attendues

1. **Décomposer** en produits de facteurs premiers les nombres suivants :

a. $72 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 2^3 \times 3^2$

b. $140 = 2 \times 2 \times 5 \times 7 = 2^2 \times 5 \times 7$

c. $288 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 2^5 \times 3^2$

2. **Simplifier** les fractions suivantes

a. $\frac{288}{140} = \frac{\cancel{2} \times \cancel{2} \times 2 \times 2 \times \cancel{3} \times 3}{2 \times 2 \times 5 \times 7} = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 3}{11} = \frac{24}{11}$

b. $\frac{132}{140} = \frac{2 \times 2 \times 3 \times 11}{2 \times 2 \times 5 \times 7} = \frac{3 \times 11}{5 \times 7} = \frac{33}{35}$

c. $\frac{105}{73} = \frac{3 \times 5 \times 7}{73}$

Cette fraction ne peut pas être simplifiée car 73 est un nombre premier.

Exercice 4 – à faire sur la copie des réponses détaillées sont attendues

Rappel : Pour revenir à la position de départ, il faut que les deux roues aient effectuées le même nombre de déplacements (dents).

Méthode 1 :

Nombre de tours	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Roue à 14 dents	14	28	42	56	70	84	98	112	126
Roue à 21 dents	21	42	63	84	105	126	147	168	189

Pour revenir à la position de départ il faut que **la roue à 14 dents effectue 3 tours** et que **la roue à 21 dents effectue 2 tours**.

Méthode 2 : Faire la liste des diviseurs et trouver le diviseur commun.

$14 : 1 ; 2 ; \mathbf{7} ; 14 \rightarrow 14 = 7 \times 2$

$21 : 1 ; 3 ; \mathbf{7} ; 21 \rightarrow 21 = 7 \times 3$

Pour revenir à la position de départ il faut que **la roue à 14 dents effectue 3 tours** et que **la roue à 21 dents effectue 2 tours**.

Exercice 5 – à faire sur la copie des réponses détaillées sont attendues

M. Blanc aime l'organisation. Il change ses draps tous les 8 jours et ceux de sa fille étudiante tous les 12 jours. Aujourd'hui il a changé ses draps et ceux de sa fille.

Dans combien de jours au minimum changera-t-il de nouveau ses draps et ceux de sa fille le même jour ?

Multiples de 8 : 8 ; 16 ; 24 ; 32 ; 40 ; 48 ; 56 ; 64 ; 72 ; 80

Multiples de 12 : 12 ; 24 ; 36 ; 48 ; 60 ; 72 ; 84 ; 96

Le plus petit multiple commun (PPCM) est 48, avec $8 \times 6 = 48$ et $12 \times 4 = 48$

Donc, dans 48 jours ils changeront à nouveau leurs draps le même jour.

Exercice 6 – à faire sur la copie des réponses détaillées sont attendues

Un pâtissier dispose de 450 morceaux de pommes et de 315 framboises. Il veut préparer le maximum de tartelettes identiques en utilisant tous les fruits.

- a. Peut-il préparer 15 tartelettes ? Si 15 est un diviseur commun à 450 et 315.
 $450 = 15 \times 30$ et $315 = 15 \times 21$
Donc 15 est un diviseur commun à 450 et 315, donc **il est possible** de fabriquer 15 tartelettes.
- b. Peut-il préparer 21 tartelettes ? $450 \div 21 \approx 21,4$ Donc 21 n'est pas un diviseur de 450. Donc **il n'est pas possible** de fabriquer 21 tartelettes, toutes identiques.
- c. **Trouver** les diviseurs communs de 450 et 315.

Pour cela, le plus simple est de donner la décomposition en produit de facteurs premiers de ces nombres :

$$450 = 2 \times 3^2 \times 5^2$$

$$315 = 3^2 \times 5 \times 7$$

Liste des diviseurs communs : 3 ; 5 ; 9 ; 45

- d. **Combien** de tartelettes ce pâtissier va-t-il faire ? Au maximum, le pâtissier va pouvoir fabriquer **45 tartelettes** avec sur chacune d'elle 10 morceaux de pommes et 7 morceaux de framboises ($7 \times 45 = 315$).

Interrogation 2, *correction* – vendredi 13 octobre

Calculatrice autorisée

Exercice 1 – à faire sur la copie

- a. Un nombre premier est un nombre qui n'a que **deux diviseurs** (distincts) **1 et lui-même**.
- b. Entre 18 et 35, les nombres premiers sont **19 ; 23 ; 29 et 31**.
- c. 51 n'est pas un nombre premier **car il est divisible par 3 (5+1=6 et 6 est un multiple de 3)**

Exercice 2 – à faire sur la copie

Répondre en justifiant la réponse. Le nombre **51 022** est ...

Divisible par **2** ? **55 022 est divisible par 2 car c'est un nombre pair.**

Divisible par **3** ? **55 022 n'est pas divisible par 3 car 5+1+0+2+2=10 et 10 n'est pas divisible par 3.**

Divisible par **4** ? **55 022 n'est pas divisible par 4 car 22 n'est pas un multiple de 4.**

Divisible par **5** ? **55 022 n'est pas divisible par 5 car son chiffre des unités n'est ni 0 ni 5.**

Divisible par **9** ? **55 022 n'est pas divisible par 9 car 5+1+0+2+2=10 et 10 n'est pas divisible par 9.**

Divisible par **10** ? **55 022 n'est pas divisible par 10 car son chiffre des unités n'est pas 0.**

Exercice 3 – à faire sur la copie, des réponses détaillées sont attendues

1. **Décomposer** en produits de facteurs premiers les nombres suivants :
 - a. $30 = 2 \times 3 \times 5$
 - b. $90 = 2 \times 3 \times 3 \times 5 = 2 \times 3^2 \times 5$
 - c. $198 = 2 \times 3 \times 3 \times 11 = 2 \times 3^2 \times 11$

2. Simplifier les fractions suivantes.

- a. $\frac{198}{132} = \frac{2 \times 3 \times 3 \times 11}{2 \times 2 \times 3 \times 11} = \frac{3}{2}$
- b. $\frac{90}{73} = \frac{2 \times 3 \times 3 \times 5}{3 \times 5 \times 7} = \frac{6}{7}$
- c. $\frac{105}{74}$ Cette fraction ne peut pas être simplifiée car 73 est un nombre premier

Exercice 4 – à faire sur la copie des réponses détaillées sont attendues

Rappel : Pour revenir à la position de départ, il faut que les deux roues aient effectuées le même nombre de déplacements (dents).

Méthode 1 :

Nombre de tours	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Roue à 24 dents	24	48	72	96	120	144	168	192	216
Roue à 16 dents	16	32	48	64	80	96	112	128	144

Pour revenir à la position de départ il faut que **la roue à 24 dents effectue 2 tours** et que **la roue à 16 dents effectue 3 tours**.

Méthode 2 : Faire la liste des diviseurs et trouver le diviseur commun.

$24 : 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 6 ; 8 ; 12 ; 24 \rightarrow 24 = 8 \times 3$

$16 : 1 ; 2 ; 4 ; 8 ; 16 \rightarrow 16 = 8 \times 2$

Pour revenir à la position de départ il faut que **la roue à 24 dents effectue 2 tours** et que **la roue à 16 dents effectue 3 tours**.

Exercice 5 – à faire sur la copie des réponses détaillées sont attendues

M. Blanc aime l'organisation. Il change ses draps tous les 9 jours et ceux de sa fille étudiante tous les 15 jours. Aujourd'hui il a changé ses draps et ceux de sa fille.

Dans combien de jours au minimum changera-t-il de nouveau ses draps et ceux de sa fille le même jour ?

Multiples de 9 : 9 ; 18 ; 27 ; 36 ; 45 ; 54 ; 63 ; 72 ; 81 ; 90

Multiples de 15 : 15 ; 30 ; 45 ; 60 ; 75 ; 90 ; 105 ; 120 ; 135 ; 150

Le plus petit multiple commun (PPCM) est 45, avec $9 \times 5 = 45$ et $15 \times 3 = 45$

Donc, dans 45 jours ils changeront à nouveau leurs draps le même jour.

Exercice 6 – à faire sur la copie des réponses détaillées sont attendues

Un pâtissier dispose de 450 morceaux de pommes et de 315 framboises. Il veut préparer le maximum de tartelettes identiques en utilisant tous les fruits.

- a. Peut-il préparer 15 tartelettes ? Si 15 est un diviseur commun à 450 et 315.
 $450 = 15 \times 30$ et $315 = 15 \times 21$
Donc 15 est un diviseur commun à 450 et 315, donc **il est possible** de fabriquer 15 tartelettes.
- b. Peut-il préparer 21 tartelettes ? $450 \div 21 \approx 21,4$ Donc 21 n'est pas un diviseur de 450. Donc **il n'est pas possible** de fabriquer 21 tartelettes, toutes identiques.
- c. **Trouver** les diviseurs communs de 450 et 315.

Pour cela, le plus simple est de donner la décomposition en produit de facteurs premiers de ces nombres :

$$450 = 2 \times 3^2 \times 5^2$$

$$315 = 3^2 \times 5 \times 7$$

Liste des diviseurs communs : 3 ; 5 ; 9 ; 45

- d. **Combien** de tartelettes ce pâtissier va-t-il faire ? Au maximum, le pâtissier va pouvoir fabriquer **45 tartelettes** avec sur chacune d'elle 10 morceaux de pommes et 7 morceaux de framboises ($7 \times 45 = 315$).