CHAPITRE 5 : PROBABILITÉS

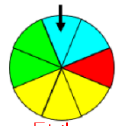
Cours

Expérience aléatoire

Définition : Une **expérience** est **aléatoire** lorsqu'elle a plusieurs résultats ou **issues** et que l'on ne peut pas prévoir, avec certitude, quel résultat se produira.

Exemples :

Expérience 1 : « on lance un dé cubique (non truqué) et on regarde le nombre de points sur la face supérieure ».
C'est une expérience aléatoire car le **dé n'est pas truqué** donc on ne sait pas sur quelle face on va tomber. Et il y a **6 issues** (1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6)



Expérience 2 : « on lance une pièce et on regarde sur quelle face elle tombe »
C'est une expérience aléatoire car la **pièce n'est pas truquée** donc on ne sait pas sur quelle face on va tomber. Et il y a **2 issues** (pile ; face)

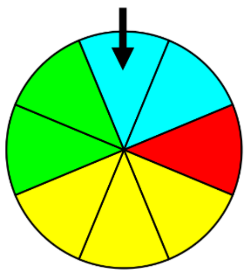
Expérience 3 : « On fait tourner une roue marquée sur ses secteurs de couleurs différentes et on regarde le secteur marqué par la flèche »
C'est une expérience aléatoire car on **ne sait pas sur quel secteur on va tomber**. Et il y a **4 issues** (Bleu, rouge, jaune et vert)

Expérience 4 : « on chauffe un glaçon »
Ce **n'est pas une expérience aléatoire,** car le glaçon va forcément fondre mais on ignore le temps que ça prendra car cela dépend de la température.

Notion de probabilité

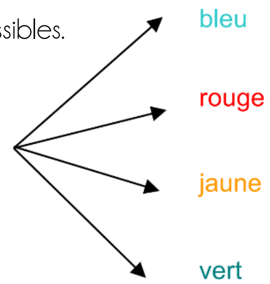
Arbre des possibles

Définition : L'**arbre des possibles** permet de visualiser les issues d'une expérience aléatoire.



Expérience 3 : Lorsqu'on fait tourner la roue, quatre issues sont possibles.

On le schématise sur l'arbre des possibles :



Probabilité

Expérience 3 :

- 2 secteurs sur 8 sont de couleur **bleue**.

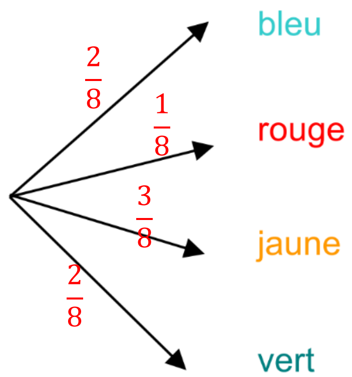
Lors d'une expérience aléatoire, il y a donc 2 chances sur 8 d'obtenir un secteur de couleur bleue.

→ On dit que la probabilité d'obtenir un secteur bleu est égale à $\frac{2}{8}$ soit $\frac{1}{4}$.

- 3 secteurs sur 8 sont de couleur **jaune**, il y a donc 3 chances sur 8 d'obtenir un secteur de couleur jaune.

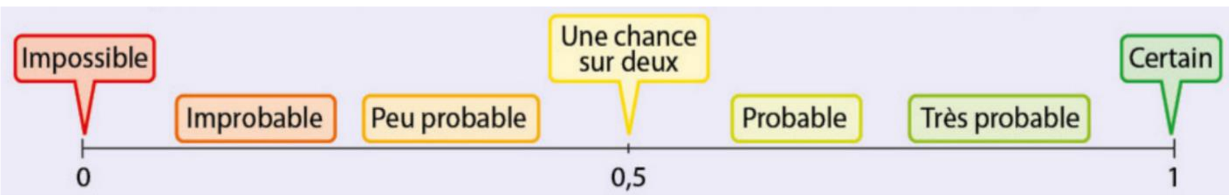
→ On dit que la probabilité d'obtenir un secteur jaune est égale à $\frac{3}{8}$.

On inscrit sur l'arbre des possibles les probabilités des différentes issues.



Définition : Modéliser une expérience aléatoire c'est associer une probabilité à chaque issue de sorte que :

- La probabilité d'une issue soit un nombre compris entre 0 et 1
- La somme des probabilités de toutes les issues soit égale à 1



Evènement

Définition : Un **évènement** est une condition qui peut être, ou ne pas être réalisée lors d'une expérience.

Définition : Un évènement est dit **certain** lorsqu'on est sûr qu'il va se réaliser.

Définition : Un évènement est dit **impossible** lorsqu'il ne peut pas se réaliser.

Définition : Un évènement est dit **élémentaire** lorsqu'il n'y a qu'une issue qui peut le réaliser.

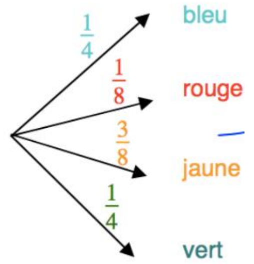
Remarque : La probabilité de l'événement contraire $\overline{E}$ d'un événement E est : $P(\overline{E}) = 1 - P(E)$

Exemples :

Expérience 1 : « Obtenir un nombre pair » est un évènement.
« Obtenir un 3 » est un évènement élémentaire.
« Obtenir un nombre compris entre 1et 6 » est un évènement certain.
« Obtenir un nombre supérieur à 8 » est un évènement impossible.

Expérience 2 « Obtenir pile ou face » est un évènement certain.

Expérience 3 : Soit l'événement ***E*** « La roue s'arrête sur un secteur bleu ou rouge ».
On pourrait se demander quelle est la probabilité que cet événement se réalise ?



C'est un événement où il y a 3 issues qui permettent de le réaliser.

Il y a 3 chances sur 8 que l'événement se réalise d'où : P(E) = $\frac{3}{8}$.

La probabilité que l'événement E se réalise est de $\frac{3}{8}$.

Equiprobabilité

Définition : Lorsque toutes les issues d'une expérience aléatoire ont la même probabilité, on dit que les issues sont **équiprobables**.

Propriété : Si une expérience aléatoire comporte n issues équiprobables, la probabilité de chacune d'elles vaut $\frac{1}{n}$.

Propriété : Dans une expérience aléatoire où toutes les issues sont équiprobables, la probabilité d'un évènement A, notée $p(A)$, vaut : $p(A) = \frac{\textit{nombre d'issues qui réalisent l'évènement A}}{\textit{nombre total d'issues}}$

Application :
On considère le jeu suivant : On lance un dé à six faces et on regarde le nombre de points inscrits sur la face du dessus.
Soit ***E*** l'événement : « La face du dessus est un 1 ou un 6 ».
On gagne au jeu si l'événement ***E*** se réalise.

a. Quelle est la probabilité de gagner ?

C'est un événement où il y a 2 issues qui permettent de le réaliser.
Il y a 2 chances sur 8 que l'événement se réalise d'où : P(E) = $\frac{2}{8} = \frac{1}{4}$.
La probabilité que l'événement E se réalise est de $\frac{1}{4}$.

b. Quelle est la probabilité de perdre ?

La probabilité de perdre revient à la probabilité de ne pas gagner. Il s'agit donc de l'événement contraire à E. Il se note $\overline{E}$.
On a : $P(\overline{E}) = 1 - P(E)$
$P(\overline{E}) = 1 - \frac{1}{4}$
$P(\overline{E}) = \frac{3}{4}$ La probabilité de perdre est de $\frac{3}{4}$.